

Control 1 MA-11A Álgebra

1. (a) Se define el conectivo lógico $p|q \Leftrightarrow \bar{p} \vee \bar{q}$. Escriba usando sólo el conectivo $|$, proposiciones equivalentes a las siguientes:
 - i. (1 pto) \bar{p}
 - ii. (1 pto) $p \vee q$
 - iii. (1 pto) $p \wedge q$
 - (b) Sean las proposiciones r, s siguientes:

$$r : (\forall x)(p(x) \Rightarrow q)$$

$$s : ((\forall x)p(x)) \Rightarrow q$$
 - i. (0.5 ptos) Niegue la proposición r .
 - ii. (0.5 ptos) Niegue la proposición s .
 - iii. (2 ptos) De las dos implicancias, $(r \Rightarrow s)$ y $(s \Rightarrow r)$, determine la que corresponde a una tautología. Justifique su elección.
 2. (a) (3 puntos) Sea U conjunto universo. Sean A, B, W conjuntos tales que $(A \cap W) \subseteq (B \cap W)$ y $(A \cap W^c) \subseteq (B \cap W^c)$. Demuestre que $A \subseteq B$.
 - (b) (3 puntos) Sea U conjunto universo. Sean A, B conjuntos. Demuestre que $[(A^c \cap B) \cup (A \cap B^c) = B] \Rightarrow [A = \phi]$.
 3. (a) i. Sean X, Y, Z conjuntos no vacíos. Sean las funciones $s : X \rightarrow Y$, $t : Y \rightarrow Z$. Demuestre que:
 - A. (0.5 ptos) $[(t \circ s) \text{ sobreyectiva}] \Rightarrow [t \text{ sobreyectiva}]$.
 - B. (0.5 ptos) $[(t \circ s) \text{ inyectiva}] \Rightarrow [s \text{ inyectiva}]$.
 - C. (0.5 ptos) $[(t \circ s) \text{ sobreyectiva} \wedge t \text{ biyectiva}] \Rightarrow [s \text{ sobreyectiva}]$.
OBS: Recuerde que la inversa de una función biyectiva es biyectiva y que la composición de funciones sobreyectivas es sobreyectiva.
 - D. (0.5 ptos) $[(t \circ s) \text{ inyectiva} \wedge s \text{ biyectiva}] \Rightarrow [t \text{ inyectiva}]$.
 - ii. (2 ptos) Sean A, B, C conjuntos no vacíos. Sean las funciones $f : A \rightarrow B, g : B \rightarrow C, h : C \rightarrow A$, tal que $(f \circ g \circ h)$ es inyectiva, $(g \circ h \circ f)$ es inyectiva, y $(h \circ f \circ g)$ es sobreyectiva. Demuestre que las tres funciones f, g , y h son biyectivas.
- (b) (2 ptos) Sea U conjunto universo. Sea $A \subseteq U$ con $A \neq U$. Estudie la inyectividad y la sobreyectividad de la siguiente función:

$$f : \mathcal{P}(U) \rightarrow \mathcal{P}(A)$$

$$X \mapsto f(X) = X \cap A$$