Departamento de Ingeniería Matemática

Universidad de Chile

Control 1 ALGEBRA MA–11A

P1.–

(i) (3 ptos.) Sean p, q y r proposiciones tales que $((\sim p \vee q) \;\Rightarrow\; r)$ es falsa. Entregar el valor de verdad de las siguientes proposiciones (justifique su respuesta):

(a) $\sim q \;\Rightarrow \sim p$

(b) $r \;\Rightarrow\; (p \;\Leftrightarrow \sim (q \vee r))$

(ii) (3 ptos.) Sean p, q y r proposiciones. Probar sin usar tablas de verdad que la siguiente proposición es una tautología:

$$((p \;\Rightarrow\; q) \wedge (r \;\Rightarrow\; s)) \;\Rightarrow\; ((p \wedge r) \;\Rightarrow\; (q \wedge s))$$

P2.–

(i) (3 ptos.) Sean A, B, C subconjuntos del conjunto E. Probar que,

$$A \cap B \cap C = \emptyset \;\Rightarrow\; (A \setminus B) \cup (B \setminus C) \cup (C \setminus A) = A \cup B \cup C$$

(ii) (3 ptos.) Sea $f : E \to F$ una función.

(a) Pruebe que $\forall\ A \subseteq F,\ f^{-1}(A^c) = (f^{-1}(A))^c$.

(b) Pruebe que $\forall\ A \subseteq F,\ \forall\ B \subseteq F,\ f^{-1}(A \Delta B) = f^{-1}(A) \Delta f^{-1}(B)$.

P3.–

(i) (3 ptos.) Considere las funciones $f : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{Q}$ definida en cada $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ por $f(n) = \frac{1}{2n}$ y $g : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ definida en cada $q \in \mathbb{Q}$ por $g(q) = \frac{q}{2}$.

(a) Determine si f, g y $g \circ f$ son inyectivas, epiyectivas y biyectivas.

(b) Determine los conjuntos preimagenes $g^{-1}(\mathbb{Z})$ y $(g \circ f)^{-1}(\mathbb{Z})$.

(ii) (3 ptos.) Sea $E = \{\ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\ /\ f \text{ es biyectiva } \}$. Es decir E contiene a todas las funciones biyectivas de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$. Se define la función $\psi : E \to E$ tal que para cada $f \in E$, $\psi(f) = f^{-1}$, es decir ψ le asocia a cada función en E su inversa.

(a) Probar que ψ es biyectiva.

(b) Sean f, $g \in E$. Probar que $\psi(f \circ g) = \psi(g) \circ \psi(f)$.

Tiempo: 3 horas
24 de Abril de 1997
SIN CONSULTAS