



Departamento de Ingeniería Matemática

Universidad de Chile

Control 1 ALGEBRA MA-11A 1998

P1.-

(a) (2.0 pts.) Sean p, q, r proposiciones. Averiguar si la equivalencia $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee r) \wedge q$ puede ser verdadera sin que lo sea la implicancia $p \Rightarrow q$.

(b) (2.0 pts.) Sean p, q, r proposiciones. Probar sin usar tablas de verdad que la siguiente proposición es una tautología

$$(p \vee q \Leftrightarrow p \wedge r) \Rightarrow ((q \Rightarrow p) \wedge (p \Rightarrow r)).$$

(c) (2.0 pts.) Sean p, q, r proposiciones. Probar sin usar tablas de verdad que la siguiente proposición es una tautología

$$(p \Rightarrow \bar{q}) \wedge (r \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow \bar{r}).$$

P2.- (a) Probar que para todo A, B, C conjuntos se tiene,

(a.1) (1.5 pts.) $A \Delta B = A \Delta C \Rightarrow B = C,$

(a.2) (1.5 pts.) $A \Delta B = C \Rightarrow B = A \Delta C,$

(b) (3 pts.) Sea E un conjunto y A un subconjunto de E . Se define la función $f : \mathcal{P}(E) \rightarrow \mathcal{P}(E)$ como $f(X) = X \Delta A$ para cada $X \subseteq E$. Probar que f es biyectiva y determine la función inversa de f .

P3.-

(a) (2 pts.) Sea $f : E \rightarrow F$ una función y A, B subconjuntos de E . Pruebe que

$$f(B) \setminus f(A) = \emptyset \Rightarrow f(A \cup B) = f(A).$$

(b) (2 pts.) Sea $f : E \rightarrow F$ una función que satisface la propiedad

$$\forall A, B \subseteq E, (A \subseteq B \wedge A \neq B \Rightarrow f(A) \neq f(B)).$$

Probar que f es inyectiva (Indicación: utilice la propiedad de f con A y B adecuados).

(c) (2 pts.) Sean $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funciones. Determine explícitamente f y g sabiendo que $g \circ f(x) = \frac{3x+2}{9x^2+12x+5}$ y $f^{-1}(x) = \frac{x-2}{3}$ en cada $x \in \mathbb{R}$.

Tiempo: 3 horas