



## Departamento de Ingeniería Matemática

Universidad de Chile

### Control 1 ALGEBRA MA-11A 1999

#### P1.-

(a) (2 pts.) Determine el valor de verdad de las proposiciones  $p, q, r, s$  sabiendo que la proposición

$$(s \Rightarrow (\bar{r} \vee r)) \Rightarrow ((\overline{p \Rightarrow q}) \wedge s \wedge \bar{r})$$

es verdadera.

(b) (2 pts.) Sean  $A, B, C, D$  subconjuntos de un mismo universo  $U$ . Probar que

$$(B \setminus A) \subseteq C \Rightarrow (D \setminus C) \subseteq (D \setminus B) \cup A$$

(c) (2 pts.) Sean  $A, B$  subconjuntos de un mismo universo  $U$ . Probar que

$$A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) = \{\emptyset\}$$

**P2.-** Sean  $f : E \rightarrow F$  y  $g : F \rightarrow G$  funciones (no necesariamente biyectivas).

(a) (3 pts.) Sea  $A \subseteq G$ . Probar que

$$(g \circ f)^{-1}(A) = f^{-1}(g^{-1}(A))$$

(b) (3 pts.) Sea  $B \subseteq F$ . Probar que

$$f(f^{-1}(B)) = B \cap f(E)$$

**observación:** notar que son propiedades de pre-ímagenes e imágenes.

#### P3.-

(a) Sean  $f : A \rightarrow A$  y  $g : A \rightarrow A$  funciones. Probar que si  $g$  es biyectiva entonces se tiene,

(a.1) (1.5 pts.)  $f$  es inyectiva  $\Leftrightarrow f \circ g$  es inyectiva.

(a.2) (1.5 pts.)  $f$  es sobreyectiva  $\Leftrightarrow g \circ f$  es sobreyectiva.

(b) Sea  $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida en cada  $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$  por  $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$ .

(b.1) (1 pto.) Demostrar que  $f(\mathbb{R} \setminus \{2\}) = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

(b.2) (1 pto.) Demostrar que  $f$  es inyectiva.

(b.3) (1 pto.) Se define una nueva función  $g : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{2\}$  tal que en cada  $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$  se tiene  $g(x) = f(x)$ . Pruebe que  $g$  es biyectiva y calcule su inversa.

**3 horas**