



Control #1 MA11A ALGEBRA
Escuela de Ingeniería, FCFM, U. de Chile.
Semestre 2004-1 (15 de Abril)

P1.- (i) (2.0 ptos.) Sean p, q, r proposiciones. Pruebe, sin usar tablas de verdad que la siguiente proposición es una tautología.

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow [\sim (q \wedge r) \Rightarrow \sim (p \wedge r)]$$

(ii) (2.0 ptos.) Sean p, q, r, s proposiciones que satisfacen la siguiente hipótesis:

$$(q \text{ es verdadera}) \wedge [(p \wedge q) \text{ no es equivalente con } (r \Leftrightarrow s)]$$

Demuestre que el valor de verdad de la proposición:

$$[(p \wedge r) \vee (q \Rightarrow s)] \Rightarrow [p \vee (r \wedge s)]$$

es verdadero para todas las combinaciones de valores veritativos que cumplen la hipótesis.

(iii) (2.0 ptos.) Sea $A \subseteq U$ en que U tiene dos o más elementos distintos. Pruebe que :

$$[\forall B \in (P(U) - \{\phi\})](A \subseteq B) \Rightarrow A = \phi$$

P2.- (a) Sea U el conjunto universo y $A, B \subseteq U$. Se define:

$$f : P(U) \longrightarrow P(U) \text{ como } f(X) = A \cap (B \cup X)$$

(i) (1.5 ptos.) Pruebe que $f \circ f = f$.

(ii) (1.5 ptos.) Si $A \neq U \vee B \neq \phi$ pruebe que f no es inyectiva.

(iii) (1.0 ptos.) Si $A \neq U$ pruebe que f no es sobreyectiva (epiyectiva).

(b) (2.0 ptos.) Sea $f : A \longrightarrow B$ y $C \subseteq A$. Se define:

$$g : C \longrightarrow B \quad \text{tal que} \quad g(x) = f(x) \quad \forall x \in C$$

$$\text{Demuestre que } \forall D \subseteq B, \quad g^{-1}(D) = C \cap f^{-1}(D)$$

P3.- Sea $E \neq \phi$ y $f : E \longrightarrow E$ una función. Demuestre que:

(i) (2.0 ptos.) f es biyectiva $\Leftrightarrow f \circ f$ es biyectiva.

(ii) (1.5 ptos.) $\forall A \subseteq E, \quad f(A) = A \Rightarrow f = id_E$

(Ind: Use un conjunto A adecuado).

(iii) (1.5 ptos) Si $E = \mathbb{N}$, entonces:

$$(\forall n_1, n_2 \in \mathbb{N})[n_1 < n_2 \Rightarrow f(n_1) < f(n_2)] \Rightarrow f \text{ es inyectiva}$$

(iv) (1.0 ptos.) Si $E = \mathbb{N}$ y f satisface (iii), construya una función que demuestre que f no es necesariamente sobreyectiva (epiyectiva).

Tpo: 3 horas.