Control 1 MA11A ALGEBRA
Escuela de Ingeniería, FCFM, U. de Chile
Semestre 2005-1 (14 de Abril)

P1. (i) Determine el valor de verdad de las proposiciones p, q, r y s si se sabe que la siguiente proposición es verdadera.

$$[s \Rightarrow (\sim r \vee r)] \Rightarrow [\sim (p \Rightarrow q) \wedge s \wedge \sim r]$$

(2.0 ptos.)

(ii) Demuestre, sin usar tablas de verdad, que la siguiente proposición es una Tautología.

$$[(p \Rightarrow \sim q) \wedge (\sim r \vee q) \wedge r] \Rightarrow \sim p$$

(2.0 ptos.)

(iii) Considere la proposición.

$$p \Leftrightarrow [(\exists x_0 \in I\!R)(\exists \varepsilon > 0)(\forall x \in (x_0 - \varepsilon, x_0 + \varepsilon))] \ \ f(x_0) \leq f(x)$$

Para las funciones $f(x) = x$ y $f(x) = x^2$, decida si p es verdadera o falsa. Justifique.
Notaciones: $\sim p \Leftrightarrow -p \Leftrightarrow \bar{p}$. (2.0 ptos.)

P2. (a) Sea $\mathcal{U}$ el conjunto universo y $A, B \subseteq \mathcal{U}$. Demuestre que

$$A = B \Leftrightarrow P(A) = P(B) \qquad (P(A), P(B) \text{ son conjuntos potencia})$$

(2.0 ptos.)

(b) Sea $\circledast$ la ley de operación entre conjuntos definida por $A \circledast B = A^C \cap B^C$. Considere un universo $\mathcal{U}$ y $\mathcal{F} \subseteq P(\mathcal{U})$ un conjunto no vacío tal que $\forall A, B \in \mathcal{F}, A \circledast B \in \mathcal{F}$.
Si $A, B \in \mathcal{F}$ demuestre que:

(i) $A^C \in \mathcal{F}$
(ii) $A \cap B \in \mathcal{F}$
(iii) $A \cup B \in \mathcal{F}$
(iv) $A \Delta B \in \mathcal{F}$
(v) $\phi \in \mathcal{F} \wedge \mathcal{U} \in \mathcal{F}$

(4.0 ptos.)

P3. (i) Sea $f : A \to B$ una función. Demuestre que

f es inyectiva $\Leftrightarrow \exists \ g : B \to A$ tal que $g \text{ o } f = id_A$ (3.0 ptos.)

(ii) Sea $f : A \to B$ una función.
Se define: $F : P(A) \to P(B)$ por $F(\mathcal{X}) = f(\mathcal{X}) = \{f(x)/x \in \mathcal{X}\} =$ Imagen de $\mathcal{X}$
$\mathcal{X} \to F(\mathcal{X})$
Demuestre que: f es sobreyectiva $\Leftrightarrow F$ es sobreyectiva. (3.0 ptos.)
Notación: $P(A)$ y $P(B)$ son conjuntos potencia o conjunto de las partes.

TIEMPO: 3 horas.