Control 1 MA11A Algebra
Escuela de Ingeniería, FCFM, U. de Chile
Semestre 2006-1 (8 de Abril 2006)

P1. i) (2 ptos.) Sean p, q, r, s, t, u proposiciones. Suponga que se sabe que una de las siguientes proposiciones es verdadera.

$$\begin{aligned} I &\Leftrightarrow p \wedge q \wedge \sim r \wedge s \wedge \sim t \wedge u \\ II &\Leftrightarrow \sim p \wedge q \wedge r \wedge \sim s \wedge \sim t \wedge u \end{aligned}$$

Cuál o cuales de las siguientes proposiciones puede asegurar que es verdadera?
Cuál o cuales puede asegurar que es falsa?
En cuál o cuales no puede garantizar su veracidad o falsedad?

a) $(q \wedge s) \Leftrightarrow p \vee t$

b) $(q \wedge t) \vee (\sim r \wedge \sim u)$

c) $[\sim (p \Rightarrow t)] \Rightarrow (r \wedge t)$ Notación: En lugar de $\sim \alpha$ puede usar $\bar{\alpha}$.

ii) (2 ptos) Sean p, q, r proposiciones. Probar sin usar tablas de verdad que la siguiente proposición es una tautología

$$[(r \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)] \Rightarrow (\sim r \vee \sim p)$$

iii) (2 ptos.) Demuestre que si $(\exists x)P(x) \Rightarrow (\forall x)P(x)$, entonces $P(x)$ es siempre verdadera o siempre falsa.

P2. Sean A, B, C, D conjuntos. Emplear los teoremas del algebra de conjuntos para probar que

a) a1) (1 pto) $(B - A) \subseteq C \Leftrightarrow C^c \subseteq (B^c \cup A)$

a2) (3.0 ptos) $(B - A) \subseteq C \Rightarrow (D - C) \subseteq (D - B) \cup A$ (Ind.: Puede usar a1)

b) (2.0 ptos) $A \cup B = A \cap C \Leftrightarrow B \subseteq A \;\wedge\; A \subseteq C$

P3. Sea $E \neq \phi$ un conjunto fijo. Para todo subconjunto A de E $(\forall A \subseteq E)$ se define la función característica de A como:

$$\begin{aligned} \Psi_A : \quad E &\rightarrow \{0,1\} \\ x &\rightarrow \Psi_A(x) \quad \text{tal que } \Psi_A(x) = \begin{cases} 1 \text{ si } x \in A \\ 0 \text{ si } x \notin A \end{cases} \end{aligned}$$

(a) i) (1.0 pto) Describa $\Psi_E(x)$ y $\Psi_\phi(x)$ para todo $x \in E$

ii) (1.0 pto) Demuestre que $(\forall x \in E)\ \Psi_{A\cap B}(x) = \Psi_A(x) \cdot \Psi_B(x)$

iii) (1.0 pto) Si $C, D \subseteq E$, entonces $C \subseteq D \Leftrightarrow (\forall x \in E)\ \Psi_C(x) \leq \Psi_D(x)$

(b) (3 ptos) Sea $\mathcal{F} = \{f : E \to \{0,1\} / f$ es función $\}$, es decir $\mathcal{F}$ es el conjunto de todas funciones de E en $\{0,1\}$. Se define la función λ por:

$$\begin{array}{rcl} \lambda : \mathcal{P}(E) & \to & \mathcal{F} \\ A & \to & \lambda(A) = \Psi_A \end{array}$$

Demuestre que λ es biyectiva.

Tiempo: 3 horas