Departamento de Ingeniería Matemática

Universidad de Chile

Control 4 ALGEBRA MA–11A

P1.– Sean

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & -2 & 4 & 2\alpha \\ 0 & \alpha & -1 & 2\alpha + \frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \\ 2+\alpha \\ 2\beta + \alpha - 2 \end{bmatrix}.$$

Determine los valores de los parámetros $\alpha, \beta \in I\!R$ tales que el sistema de ecuaciones $Ax = b$, donde $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$,

(i) no tenga solución,
(ii) tenga soluciones múltiples, y calcule el conjunto solución,
(iii) tenga solución única, y obtenga dicha solución.

P2.– Sean π_1 el plano de ecuación $x + y + 2z = 1$, π_2 el plano de ecuación $-x + y = 2$ y L_1 la recta que pasa por el punto $P_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y cuya dirección es $D_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(i) (1.5 ptos.) Encuentre la ecuación de la recta L_2, que se obtiene como la intersección de los planos π_1 y π_2. Entregue un vector director de dicha recta.
(ii) (1.5 ptos.) Encuentre el punto P_2 de intersección de le recta L_1 y π_1.
(iii) (1.5 ptos.) Calcular el punto P_3 de intersección de L_2 con el plano perpendicular a L_2 que pasa por el punto P_2.
(iv) (1.5 ptos.) Encuentre la ecuación paramétrica o vectorial de la recta contenida en π_2 que pasa por el punto P_3 y es perpendicular a L_2.

P3.–

(a) (2 ptos.) Sea $A \in M_{m\times m}(I\!R)$ y $n \in I\!N \setminus \{0\}$ tales que $A^n = 0$ ($A \cdot ..... \cdot A$, n veces, es igual a la matriz nula de $m \times m$). Probar que $I_m - A$ es invertible con inversa $I_m + A + A^2 + ... + A^{n-1}$.

(b) (4 ptos.)
(i) Sean $B \in M_{m\times n}(I\!R)$, $x \in I\!R^n$, $y \in I\!R^m$. Probar que $< Bx, y >=< x, B^T y >$.
(ii) Sea $A = I_n + B^T B$ y $x \in I\!R^n$. Probar que $< Ax, x >= ||x||^2 + ||Bx||^2$.
(iii) Concluya que si $Ax = 0$ entonces $x = 0$.

SIN CONSULTAS
9 de Octubre de 1997
3 Horas