Control Recuperativo 2 MA11A Algebra

Noviembre 1996

P1. Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Determine si son o no diagonizables. En caso de ser diagonizable dé una base de $I\!R^3$ tal que la matriz representante asociada sea diagonal.

P2. Sea S el conjunto de las matrices reales de 3×3 de la forma

$$\begin{bmatrix} 0 & \alpha & \beta \\ -\alpha & 0 & \gamma \\ -\beta & -\gamma & 0 \end{bmatrix},$$

y T el de las matrices reales de 3×3 de la forma

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}.$$

(i) Probar que S y T son subespacios vectoriales de $M_{3\times 3}(I\!R)$. Indicar bases y dimensión.

(ii) Verificar que $S \oplus T$ es isomorfo al subespacio de las matrices simétricas indicando una función que establezca el isomorfismo.

P3. Encuentre los valores de $a, b \in I\!R$ tales que el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= a \\ x_1 + 2x_2 + \ x_3 + 2x_4 &= b \\ + \ x_2 + 2x_3 + 2x_4 &= a \\ x_1 \qquad\qquad\quad + \ x_4 &= b \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= b + 1 \end{aligned}$$

tenga solución.