2 Control Recuperativo MA11A ALGEBRA
Escuela de Ingeniería, FCFM, U. de Chile
11 de Diciembre de 2006

Problema 1.

Sea $S = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle$ un subespacio de $\mathbb{R}^4$.

Si $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ es una aplicación lineal tal que

i) $Kerf = S$

ii) $f \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

iii) $f \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ se pide:

a) (1.0 pto.) Encontrar una base de S, reduciendo el conjunto generador dado.

b) (1.0 pto.) Use el Teorema Nucleo-Imagen para determinar la dimensión de $Im(f)$.

c) (1.5 ptos.) Encuentre una base de $Im(f)$.

d) (2.5 ptos.) Determine explícitamente f.

Problema 2.

Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

i) (1.0 pto.) Determine el polinomio característico de A y verifique que $\lambda = 1$ es uno de sus valores propios.

ii) (2.0 ptos.) Determine todos los valores y vectores propios de A. Es A definida positiva?. Es A invertible?. Justifique.

iii) (1.5 ptos.) Construya una base ortonormal de vectores propios de A.

iv) (1.5 ptos.) Diagonalice A, si es posible, es decir, encuentre matrices P y D tales que $A = PDP^t$ y escriba una matriz diagonal $\tilde{D}$ similar a A^{-1}.

TIEMPO: 2 HORAS