Examen 2da Fecha MA11A Algebra

Enero 1997

P1.– Sea B una matriz invertible de $m \times m$ y R una matriz de $m \times k$. Considere la matriz A de $m \times (m+k)$ siguiente $A = \left[B \vdots R \right]$. Sean los vectores $y = (y_1, ..., y_m)^T \in I\!R^m$ y $z = (z_1, ..., z_k)^T \in I\!R^k$. Considere $x = (y_1, ..., y_m, z_1, ..., z_k)^T \in I\!R^{m+k}$.

(a) (2ptos.) Si x es solución de $Ax = b$, donde $b \in I\!R^m$, probar que $y = B^{-1}(b - Rz)$.

(b) (2 ptos.) Pruebe que $x \in Ker(A)$ sí y sólo sí $y = -B^{-1}Rz$ y $z \in I\!R^k$.

(c) (2 ptos.) Demuestre que el rango de A es m y calcule la dimensión del núcleo de A.

P2.– (6 ptos.) Sea $\alpha \in I\!R$. Determine los valores de $a, b, c, d \in I\!R$ tales que

$$\begin{bmatrix} 1 & a & b \\ c & a & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Discutir su solución en función del parámetro α.

P3.–

(a) (3 ptos.) Pruebe que si A es una matriz diagonalizable y $A^k = 0$ (la matriz nula) para un cierto $k \geq 1$ entonces $A = 0$ (la matriz nula).

(b) (3 ptos.) Sea $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$. Calcular los valores y vectores propios de A. Calcule A^{201}.