

Examen 2da. Fecha MA11A ALGEBRA
Escuela de Ingeniería, FCFM, U. de Chile
16 de Diciembre de 2006

P1. Sean $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Considere el sistema lineal en las variables reales x_1, x_2, x_3, x_4 siguiente

$$\begin{aligned} \alpha x_1 - 2x_2 - x_4 &= -1 \\ \alpha x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= -2 \\ -\alpha x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 &= 1 \\ -\alpha x_1 + 4x_2 - 4x_3 + (\beta + 1)x_4 &= \alpha + \beta + 3 \end{aligned}$$

- i) Determine los valores de $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ para los cuales el sistema tiene solución única.
- ii) Determine los valores de $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ para los cuales el sistema tiene infinitas soluciones.
- iii) Determine los valores de $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ para los cuales el sistema no tiene solución. (4 pts.)
- iv) (2.0 pts.) Para $\alpha = -1$ y $\beta = 1$ encuentre la inversa de la matriz de coeficientes del sistema y determine la solución del sistema.

P2. Sea $V = \mathbb{R}^4$ y S el subespacio engendrado por:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- a) (1.5 pts.) Encuentre un subespacio S' de V tal que $V = S \oplus S'$
- b) (1.5 pts.) Encuentre una base de S^\perp (subespacio ortogonal de S).
- c) (1.5 pts.) A partir de la base de S y la base de S^\perp , encuentre una base ortonormal de V .
- d) (1.5 pts.) Encuentre explícitamente la proyección de $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$ sobre S .

P3. i) (5.0 pts.) Identifique la cónica $xy - py - 2px = 0$ $p > 0$ encontrando un sistema (cambio de variables) que la presente en forma centrada. Indique en este sistema, centro o vértice de la cónica y elementos principales, si corresponde.

- ii) (1.0 pts.) Qué ocurre si $p = 0$ en este último sistema?

TIEMPO: 3.0 HRS.