MA11B-01
Profesor: Francisco Ortega.
Auxiliar: Alejandro Omón.

CONTROL 1

1.- (a) Encuentre la inversa de

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(b) Calcule, en función de λ, cuando el siguiente sistema tiene una única solución, infinitas soluciones o no tiene solución.

$$\begin{array}{ccccccccc} \lambda x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 1, \\ x_1 & + & \lambda x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 1, \\ x_1 & + & x_2 & + & (1-\lambda)x_3 & + & x_4 & = & 1, \\ x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & (1+\lambda)x_4 & = & 1. \end{array}$$

2.- (a) Sea A un conjunto cualquiera, $a_0 \in A$ y V un espacio vectorial sobre un cuerpo K. Se define el conjunto $S = \{f : A \to V \,/\, f \text{ es función y } f(a_0) = 0\}$ con las siguientes operaciones

$$\forall\, f, g \in S, \quad (f+g)(a) = f(a) + g(a), \quad \forall\, a \in A,$$
$$\forall\, f \in S, \forall\, \lambda \in K, \quad (\lambda \cdot f)(a) = \lambda \cdot f(a), \quad \forall\, a \in A.$$

Demuestre que $(S, +, \cdot)$ es un espacio vectorial sobre el cuerpo K.

(b) Sea $M_{n\times n}(\mathbb{R})$ el espacio de las matrices de $n \times n$ a coeficientes reales. Se define

$$S = \{A \in M_{n\times n}(\mathbb{R}) \,/\, a_{ij} = a_{ji}, \forall\, i, j \in \{1, \ldots, n\}\}$$
$$T = \{A \in M_{n\times n}(\mathbb{R}) \,/\, a_{ij} = -a_{ji}, \forall\, i, j \in \{1, \ldots, n\}\}.$$

(i) Muestre que S y T son subespacios vectoriales de $M_{n\times n}(\mathbb{R})$.

(ii) Muestre que $M_{n\times n}(\mathbb{R}) = S \oplus T$.

3.- Sea Π_1 el plano en $\mathbb{R}^3$ que pasa por $(1,0,0)$, $(0,1,0)$ y $(0,0,1)$ y L la recta en $\mathbb{R}^3$ definida por las ecuaciones $2 \cdot x = 2 \cdot y = 1 - z$.

(a) Demuestre que $L \subseteq \Pi_1$.

(b) Encuentre un plano Π_2 en $\mathbb{R}^3$ tal que $\Pi_1 \cap \Pi_2 = L$ y que el ángulo entre Π_1 y Π_2 sea $\frac{\Pi}{3}$.

Tiempo: 3 horas.

Preguntas en hojas separadas.