U. DE CHILE

INGENIERIA

Control 1: MA12A CALCULO

Escuela de Ingeniería, FCFM, U. de Chile.

Semestre 2003-1

P1.- (i) *(4 ptos.)* Usando los axiomas de cuerpo de los números reales y los teoremas de unicidad, demuestre las siguientes dos propiedades:

- Para todo x, y reales, $(-x)+(-y)$ es opuesto (inverso aditivo) de $x+y$.
- Si a, b, c, d son reales que verifican la relación $(ad) + \Big(-(cb)\Big) = 0$ entonces

$$\Big((a+b)d\Big) + \Big(-\Big((c+d)b\Big)\Big) = 0.$$

Indicación: mencione en cada paso el axioma utilizado. Si utiliza abreviaciones para los axiomas, dé una lista de éstas al comienzo.

(ii) *(2 ptos.)* Usando la definición de módulo, determine todos los reales que satisfacen la igualdad $|x+2| = |x| + 2$.

P2.- (i) *(3 ptos.)* Dada la constante $a > 0$, encuentre el conjunto solución de la inecuación

$$\frac{x^2 - a^2}{x^2 + a^2} < a.$$

Indicación: exprese la solución en función de los valores que puede tomar la constante a.

(ii) *(3 ptos.)* Sea A el conjunto solución de la inecuación $|x| \leq |x-1|$ y sea B el conjunto solución de la inecuación $|4x-2| > x(1-2x)$.

- Resuelva las inecuaciones, esto es, determine A y B.
- Calcule $A \cup B$, $A \cap B$.
- Indique si existe acotamiento superior e inferior, máximo, mínimo, supremo e ínfimo de estos 4 conjuntos, esto es, complete la tabla siguiente (puede usar el símbolo $\nexists$ si alguna entrada en la tabla no existe):

cjto.	expresión en intervalos	cota sup.	cota inf.	máx.	mín.	sup.	ínf.
A							
B							
$A \cup B$							
$A \cap B$							

P3.- (i) Considere el conjunto A definido por

$$A = \left\{ \frac{1}{|n-m|} \text{ tales que } n, m \in \mathbb{N} \text{ y } n \neq m \right\}$$

(a) *(1.5 ptos.)* Pruebe que 1 es el máximo de A.

(b) *(1.5 ptos.)* Pruebe que 0 es el ínfimo de A. *Indicación: use la Propiedad Arquimediana.*

(ii) Considere la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = R^2$, $R > 0$. Denotamos por O al origen del sistema de coordenadas.

(a) *(1 pto.)* Si P es un punto de la circunferencia de coordenadas (x_0, y_0), $x_0 \neq 0$, encuentre la ecuación de la recta L que pasa por P y es perpendicular al trazo $\overline{OP}$.

(b) *(1 pto.)* Calcule las coordenadas del punto Q donde la recta L intersecta al eje OX en función de x_0 y de R.

(c) *(1 pto.)* Encuentre la ecuación de la elipse centrada en O que tiene por directriz a la recta vertical por Q y por foco al punto de coordenadas $(x_0, 0)$.