

Control 1 MA12A CALCULO
Escuela de Ingeniería, F.C.F.M., U. de Chile
Semestre 2005-1

P1. (i) Encuentre el conjunto solución de la inecuación

$$|x^2 + 3x| + x|x + 3| + x^2 \geq 7 + |1 + x^2| \quad (2.0 \text{ ptos.})$$

(ii) Demuestre que $\forall a, b, c, d \in \mathbb{R}$ tales que

$$a^2 + b^2 = 1 \wedge c^2 + d^2 = 1. \text{ Entonces } ac + bd \leq 1 \quad (2.0 \text{ ptos.})$$

(iii) Para los siguientes conjuntos de números reales indique, si existen, conjunto de cotas superiores e inferiores, máximos, mínimos, supremos e ínfimos.

$$A = \left\{ (-1)^n + \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} - \{0\} \right\};$$

$$B = \{x \in \mathbb{Q} \mid 1 \leq x^2 \leq 2\} \quad (2.0 \text{ ptos.})$$

P2. (i) Considerar el triángulo de vértices $A(0, 0)$, $B(2b, 0)$ y $C(c, d)$ y la recta L perpendicular a AB en el punto B .

Por M , punto medio de AB se traza la perpendicular al lado AC que corta al eje OY en el punto R y por el mismo punto M se traza la perpendicular al lado BC que corta a la recta L en S .

Demstrar que $RS \perp CM$. (3.0 ptos.)

(ii) Considerar la elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b$) y la circunferencia $x^2 + y^2 = a^2$. La perpendicular al eje mayor de la elipse por su foco F corta a la circunferencia en A y a la elipse en B .

Demuestre que las tangentes trazadas por A y B a cada curva, respectivamente, se cortan en el pie de la directriz de la elipse (punto de intersección de la directriz con el eje OX).

(3.0 ptos.)

P3. Considere la circunferencia $x^2 + y^2 = r^2$ y su punto superior $A(0, r)$. Por un punto $P(x_0, y_0)$ cualquiera de la circunferencia se traza la recta AP , la cual corta al eje OX en un punto Q .

(i) Demuestre que el Lugar Geométrico de la intersección de la recta OP (O es el origen) con la vertical por Q es una parábola. (4.0 ptos.)

(ii) Determine el vértice, foco y directriz de la parábola (LG) (2.0 ptos.)

Tiempo: 3 horas