Departamento de Ingeniería Matemática
Fac. Cs. Físicas y Matemáticas
Universidad de Chile

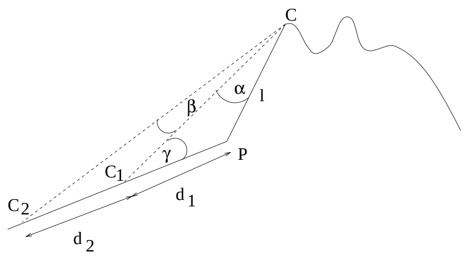
Control 2, MA12A, Otoño 1996

Problema 1. Un montañista está en la cima de un cerro y observa una cabaña C_1 con un ángulo α y otra cabaña C_2 con un ángulo $\alpha+\beta$. Su mapa indica que la cabaña C_1 se encuentra a una distancia d_1 del punto P, donde termina la ladera y comienza la falda del cerro, y que las cabañas están separadas por una distancia d_2.

1. **4.0 pts.** Demuestre que la distancia l, desde la cima a P es:

$$l = \frac{d_1(d_1+d_2)sen(\beta)}{\sqrt{(d_1+d_2)^2 sen^2(\beta) + d_2^2 sen^2(\alpha+\beta) - 2(d_1+d_2)d_2 sen(\alpha+\beta)sen(\beta)cos(\alpha)}}.$$

2. **2.0 pts.** Pruebe que cuando $\alpha=\beta$ y $d_1=d_2$ el ángulo γ(ver figura) es $\frac{\pi}{2}$.



Problema 2.

1. **2.0 pts.** Para $a>0$, encuentre el conjunto solución de la siguiente inecuación.

$$\frac{|x-a|-|x+a|}{(x^2-a^2)} > 0$$

2. **4.0 pts.** Considere la función $g:\{x\in IR : x>0\} \to IR$ con $g(x) = sup\{n \in IN : nx \le 1\}$. Pruebe que $inf(A)=0$ y $sup(A)=2$ para A dado por:

$$A = \{x>0 : \frac{1}{x} - g(x) = \frac{1}{2}\}$$

Indicación: Grafique las funciones $g(x)$ y $\frac{1}{x}-g(x)$.

Problema 3. Considere la fórmula

$$f(x) = \begin{cases} x-2n & x\in[2n,2n+1],\ n\in IN \\ 2n+2-x & x\in[2n+1,2n+2),\ n\in IN \end{cases}$$

1. **0.5 pts.** Verifique que f es una función de IR^+ en IR.
2. **1.0 pto.** Encuentre el mayor conjunto $A \subseteq IR$ donde la fórmula $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ define una función.
3. **2.0 pts.** Muestre que $\forall n \in IN$, $h:(2n+1,2n+2) \to IR, x \to g(x)$ es estrictamente decreciente y que $h':(2n,2n+1) \to IR, x\to g(x)$ es estrictamente creciente.
4. **0.5 pts.** Grafique la función $g: A \to IR$.
5. **2.0 pts.** Pruebe que $\forall n \in IN$ $F:[2n+1,2n+2) \to (0,\frac{1}{2n+1}]$ $x \to g(x)$, es biyectiva. Encuentre la inversa.