Departamento de Ingeniería Matemática

Universidad de Chile

CONTROL 2 CALCULO, MA - 12 A, 1997

Problema 1.-

1. (2.0 pts.) Dados $a, b, c > 0$, encontrar una solución $x > 0$ a la ecuación:

$$\log_x(a) + \log_{x^2}(b) = c$$

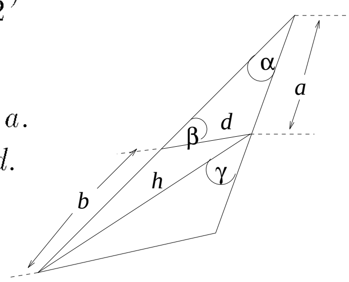
2. (4.0 pts.) Dada la fórmula $\sqrt{1 - \frac{2}{1+x}}$
   (a) (1.0 pto.) Determinar el mayor conjunto $A \subseteq \mathbb{R}$ tal que $f : A \to \mathbb{R}$, que a x le asocia $\sqrt{1 - \frac{2}{1+x}}$, sea una función.
   (b) (0.5 pts.) Encuentrar los ceros de f y determinar sus signos.
   (c) (0.5 pts.) Determinar la paridad y la periodicidad de f
   (d) (0.5 pts.) Determinar la inyectividad y la sobrejectividad de f.
   (e) (1.0 pto.) Encuentrar los intervalos donde f crece y aquellos donde f decrece.
   (f) (0.5 pts.) Graficar f.

Problema 2.-

1. (2.0 pts.) Demuestar la siguiente identidad trigonométrica

$$\frac{1}{2} senx sec^2(\frac{x}{2}) + cosx tg(\frac{x}{2}) - senx = 0$$

2. (4.0 pts.) Considere la siguiente figura
   (a) (1.0 pto.) Encontrar d en términos de α, β y a.
   (b) (1.0 pto.) Encontrar h en términos de α, β y d.
   (c) (2.0 pts.) Determinar el valor de x.



Problema 3.-

1. (3.0 pts.) Usando la definición de convergencia, probar que la sucesión $\frac{n^2-1}{2n^2+3}$ converge a $\frac{1}{2}$.
2. (3.0 pts.) Sean (a_n) y (b_n) tal que $\lim a_n = 1$ y $\lim b_n = 0$
   (a) (1.0 pto.) Probar que existe n_0 tal que para todo $n \geq n_0$ $a_n > b_n$.
   (b) (1.0 pto.) Concluir que la sucesión $c_n = \max\{a_n, b_n\}$ converge a 1.

Tiempo: 3 horas
Sin Consultas