



P1.- a) (2 pts.) Analice completamente la función $f(x) = |\cos(x) - 1|$ indicando su dominio, ceros, signos, paridad, crecimiento, acotamiento, periodicidad y gráfico.

b) Sea $f(x) = \frac{x+1}{2x+1}$.

- (i) (1 pto.) Encuentre su dominio A , ceros y signos.
- (ii) (1 pto.) Pruebe que f es inyectiva.
- (iii) (1 pto.) Demuestre que el recorrido de f es $\mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$.
- (iv) (1 pto.) Encuentre la función inversa de $f : A \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$ y explicita su dominio y recorrido.

P2.- a) Considere la sucesión (s_n) definida por recurrencia mediante

$$s_1 = 1 \quad s_{n+1} = \sqrt{\frac{9 + s_n^2}{2}} \quad \forall n \geq 1.$$

- (i) (1 pto.) Pruebe que (s_n) es acotada superiormente.
- (ii) (1 pto.) Verifique que (s_n) es creciente.
- (iii) (1 pto.) Deduzca que (s_n) es convergente y calcule su límite.

b) (3 pts.) Calcule los siguientes límites, justificando apropiadamente:

- (i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + 1}{5n - n^3}$
- (ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(2^n)}{\sqrt{n}}$
- (iii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{a+b}}{n^{+1}\sqrt{a} + n^{+2}\sqrt{b}}$, con $a > 0, b > 0$
- (iv) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$
- (v) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 2^n - n 3^n}{n^{10} 2^n + (n+1) 3^n}$
- (vi) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{n}\right)^n$.

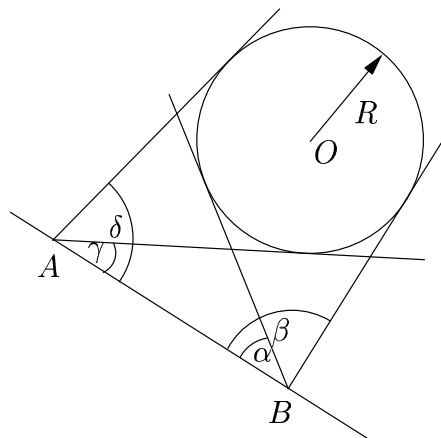
P3.- a) (3 pts.) Pruebe la identidad

$$\frac{1}{\tan(3\alpha) - \tan(\alpha)} - \frac{1}{\cotan(3\alpha) - \cotan(\alpha)} = \cotan(2\alpha).$$

b) (3 pts.) Se quiere medir el radio R de un estadio de forma circular, para lo cual se dispone de la distancia L entre los puntos A y B y los ángulos $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ entre las rectas tangentes a la circunferencia que pasan por A y B y el trazo \overline{AB} , como se muestra en la figura.

Expresa R en términos de $L = \overline{AB}$ y $\alpha, \beta, \gamma, \delta$.

Indicación: una A y B con el centro O de la circunferencia y calcule los ángulos basales del triángulo $\triangle ABO$.



TIEMPO: 3 horas.