Universidad de Chile.
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
Departamento de Ingeniería Matemática.
Santiago, 8 de Junio del 2000.

CONTROL 3

Parte MA12A CALCULO 2000

Problema 1.

a) Dado $\alpha \in (0,1)$ se define la sucesión (a_n) mediante la recurrencia
$a_1 = \alpha$ y $a_{n+1} = \sqrt{\frac{1+a_n}{2}}$.

i) (2.0 pts.) Demostrar que $\forall n \geq 1$, $0 < a_n < 1$.

ii) (2.0 pts.) Demostrar que (a_n) converge y calcular su límite.

b) (2.0 pts.) Dada la sucesión convergente (s_n), se define la sucesión (u_n) por $u_n = (-1)^n s_n$. Probar que (u_n) converge si y sólo si (s_n) converge a cero.

Problema 2. Estudiar la convergencia de las siguientes sucesiones y calcular sus límites, cuando éstos existan.

a) $\frac{\operatorname{sen}(\sqrt{n})}{\sqrt{n}}$ b) $n\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^2}\right)$ c) $\sqrt{n^6+n^3}-\sqrt{n^6-n^2}$

d) $\left(\frac{n+1}{n-1}\right)^n$ e) $\frac{(n!)^2}{(2n)!}$ f) $\frac{1-(-1)^n n}{4n+1}$

(Cada parte vale un punto).