Universidad de Chile.
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
Departamento de Ingeniería Matemática.
Santiago, 14 de Septiembre del 2000.

CONTROL 4

MA12A CALCULO 2000

Problema 1. Considere la función f definida en $(-1,+\infty)$ por $f(x)=\frac{2x}{1+x}-\ln(1+x)$

a) Calculaar f', analizar crecimiento y determinar mínimos y máximos.

b) Calcular f'', analizar convexidad y determinar puntos de inflexión.

c) Calcular $l=\lim_{x\to -1^+} f(x)$ y $L=\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

d) Demostrar que la ecuación $f(x)=0$ tiene exactamente dos soluciones.

Problema 2.

a) Para la función $f(x)=\operatorname{arcsen}(2x-1)+2\operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{1-x}{x}}\right)$ definida en $(0,1]$ se pide

  i) Calcular f'.

  ii) Demostrar que f es constante en $(0,1)$.

b) Calcular

$$l=\lim_{x\to 0}\frac{e^{x}-e^{-x}-2x}{x-\operatorname{sen}(x)}$$

Problema 3. Una lámina de zinc de ancho l es plegada para obtener una canaleta trapezoidal. Se desea determinar los valores de $x\in\left[0,\frac{l}{2}\right]$ y $\theta\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ para los cuales el área del trapecio es máxima.

1. Determinar el área del trapecio en función del largo x y del ángulo θ.

2. Para cada ángulo $\theta\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ demostrar que el largo x que maximiza el área del trapecio viene dado por $\frac{l}{2(2-\operatorname{sen}(\theta))}$ y que el valor del área es $\frac{l^2\cos(\theta)}{4(2-\operatorname{sen}(\theta))}$.

3. Demostrar que el ángulo $\theta=\frac{\pi}{6}$ maximiza el área obtenida en la parte b) y calcular el valor de x correspondiente.