Control 4 MA12A CALCULO

Escuela de Ingeniería,FCFM, U. de Chile.

Semestre 2004-2

P1.- **a)** Considere la función definida por $f(x) = \frac{a}{2} Ln\left(\frac{a+\sqrt{a^2-x^2}}{a-\sqrt{a^2-x^2}}\right) - \sqrt{a^2-x^2}, \qquad a > 0$

i) (2 ptos) Demuestre que $f'(x) = \frac{-\sqrt{a^2-x^2}}{x}$

ii) (1 pto) La tangente trazada a la curva definida por $y = f(x)$ en un punto $P(x_o, y_o)$ cualquiera de ella, corta al eje OY en un punto T. Pruebe que la longitud PT es constante (independiente de $P(x_o, y_o)$).

b) i) (1.5 ptos) Desarrolle mediante un polinomio de Taylor con resto, en torno a $x_o = 0$, la función $f(x) = senh(x)$

ii) (1.5 ptos) Calcule $senh(1)$ con tres términos no nulos del desarrollo anterior y estime una cota del error (puede usar $2{,}5 < e < 3$).

P2.- **a)** El gráfico de $y = \frac{ax+b}{(x-1)(x-4)}$ tiene un punto crítico en $P(2, -1)$

i) (2 ptos) Se pide determinar los valores de a y b y decidir si P es un máximo o un mínimo.

ii) (1 pto) Investigue la existencia de otros puntos críticos y determínelos, si los hay.

b) Sea la función $f(x)$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{sen} x} & \text{si } x \neq k\pi,\ k \in \mathbb{Z} \\ c & \text{si } x = 0, \end{cases}$$

i) (1 pto) Se pide determinar el valor de c de modo que f sea continua en $x = 0$

ii) (2 ptos) Usando la definición de derivada, calcule $f'(0)$

P3.- Estudiar completamente la función definida por:

$$f(x) = x + 1 - \frac{2}{x} - \frac{3Lnx}{x}$$

Para esto:

i) (0.5 ptos) Establezca el dominio y encuentre por inspección un cero de f

ii) (1 pto) Estudie asíntotas verticales y horizontales

iii) (1 pto) Estudie asíntotas oblicuas.

iv) (1.5 ptos) Calcule f' y determine sus ceros por inspección. Estudie crecimientos, máximos y mínimos.

v) (1.5 ptos) Calcule f''. Estudie convexidades y encuentre puntos de inflexión.

vi) (0.5 ptos) Haga un bosquejo del gráfico de f. Indique el recorrido de f

TIEMPO: 3 horas.