

Control 4 MA12A Cálculo
Escuela de Ingeniería, FCFM, U. de Chile
Semestre 2005-2 (01 de Septiembre 2005)

P1. i) (3.0 pts) Se define la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{g(x)}{\operatorname{senhx}} & \text{si } x \neq 0 \\ a & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

Sabiendo que f es diferenciable en 0 y g es dos veces diferenciable en 0 se pide determinar, justificando, el valor de $g(0)$, y los valores de a y $f'(0)$ en función de $g'(0)$ y $g''(0)$.

ii) (1.5 pts) $y = f(x)$ está definida implícitamente por $x^2 + xy + y^2 - 3 = 0$. Demuestre que el punto $P(1, -2)$ es un mínimo local de f .

iii) (1.5 pts) Verifique que la derivada de $f(x) = \operatorname{arcsen}(2x - 1) + 2\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{1-x}{x}}$ es nula en $[0, 1)$.

P2. i) (3.0 pts) Una planta productora de cobre con capacidad instalada máxima de 9ton/día, puede producir x toneladas de cobre corriente e y toneladas de cobre fino diarias. Si se sabe que las producciones diarias de cobre fino y corriente cumplen la relación $y = \frac{40-5x}{10-x}$ y que el precio de venta del cobre fino es 3.6 veces el precio del cobre corriente, se pide determinar cual es la producción diaria que proporciona un ingreso máximo.

ii) (2.0 pts) Sea $f(x)$ continua en $[0, \infty)$, diferenciable en $(0, \infty)$ y tal que $f(0) = 0$ y $f'(x)$ es creciente en \mathbb{R}^+ .

Use el teorema del Valor Medio para probar que $f'(x) > \frac{f(x)}{x}$ en \mathbb{R}^+ y deduzca que la función $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ es creciente en \mathbb{R}^+

iii) (1.0 pts) Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^{-x} + xe^{-x})}{x^2}$

P3. Considere la función definida por $f(x) = e^{\sqrt{2}\operatorname{sen}x}$

i) (1.5 pts) Encuentre el polinomio de Taylor de orden 2 para $f(x)$ en torno a $x_0 = 0$. (Sin resto).

ii) Estudiar completamente $f(x)$. Se pide

a) (0.5 pts) Dominio, ceros (si existen), signos de f , continuidad y periodicidad.

b) (1.0 pts) Cálculo de $f'(x)$, crecimiento y valores extremos relativos y absolutos.

c) (2.0 pts) Cálculo de f'' , concavidad (convexidad) y puntos de inflexión.

d) (1.0 pts) Tabla de valores principales, recorrido y gráfico aproximado.

Tiempo: 3 horas