Universidad de Chile.
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
Departamento de Ingeniería Matemática.
Santiago, 19 de Octubre del 2000.

# CONTROL 5

# MA12A CALCULO 2000

**Problema 1.**

a) (1.0 pto.) Calcular $\displaystyle\int_0^1 \frac{1+x}{2+x}dx$.

b) (1.0 pto.) Calcular $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{n+i}{2n^2+ni}$, reconociendo en el término general una suma de Riemann.

c) (2.0 pts.) Calcular $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x\int_0^{\operatorname{sen}(x)} e^{-t^2}dt}{1-\cos(x)}$.

d) (2.0 pts.) Sea $f : [0,+\infty) \to \mathbb{R}$ una función creciente y continua en su dominio, derivable en $(0,+\infty)$ y con $f(0)=0$. Para $x \in [0,+\infty)$ sea $F(x) = x\displaystyle\int_0^x f^2(t)\,dt$ Demostrar que $F$ es creciente y convexa.

**Problema 2.**

a) (2.0 pts.) Calcular, usando una descomposición en fracciones parciales, $\displaystyle\int \frac{x}{(1+x^2)(1+x)}$.

b) (2.0 pts.) Calcular, usando el cambio de variables $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)=u$, $\displaystyle\int \frac{\operatorname{sen}(x)}{1+\operatorname{sen}(x)+\cos(x)}$.

b) (2.0 pts.) Calcular, aplicando una integración por partes, $\displaystyle\int \operatorname{arcsen}\left(\sqrt{\frac{x}{1+x}}\right)$.

**Problema 3.**

a) (1.5 pts.) Para $n \geq 2$ calcular el área de la región $R = \left\{(x,y) : x^n \leq y \leq x^{\frac{1}{n}}\right\}$.

b) (1.5 pts.) Calcular el volumen del sólido obtenido de rotar, en torno al eje $OX$, el área bajo la función $f(x) = xe^{-x^3}$ entre 0 y 1, dado por $\pi\int_0^1 f^2(x)\,dx$.

c) (1.5 pts.) Calcular el volumen del sólido obtenido de rotar, en torno al eje $OY$, el área bajo la función $f(x) = xe^{-x^3}$ entre 0 y 1, dado por $2\pi\int_0^1 xf(x)\,dx$.

d) (1.5 pts.) Calcular el largo de la curva definida por la función $f(x) = a\cosh\left(\frac{x}{a}\right)$ entre 0 y $a$, dado por $\int_0^a \sqrt{1+(f'(x))^2}dx$.