DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

CONTROL6 MA12A–CALCULO 1998

P1. Para $\alpha \in (0,1)$, denotamos por R la región encerrada por la curva x^α , el eje OY y la recta tangente a x^α en el punto $x = 1$.

(i) **(2.0 pts.)** Demostrar que el área de la región R está dada por $A = \frac{\alpha(1-\alpha)}{2(1+\alpha)}$.

(ii) **(2.0 pts.)** Demostrar que el volumen del sólido engendrado por la rotacion de la región R en torno al eje OY está dado por $V = \pi\frac{\alpha(1-\alpha)}{3(\alpha+2)}$.

(iii) **(2.0 pts.)** En el caso $\alpha = \frac{2}{3}$ calcule el perímetro de la región R .

P2. (i) **(1.5 pts.)** Analice la convergencia de la serie $\sum\limits_{n\geq 0} \frac{1}{\sqrt{n^3+2n+1}}$.

(ii) **(1.5 pts.)** Utilizando el criterio de la integral analice la convergencia de la serie $\sum\limits_{n\geq 1} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$.

(iii) **(3.0 pts.)** Para $a \neq 0$ considere la región R encerrada por la curva de ecuación $(a^2 - x^2)y^2 = x^2(a^2 + x^2)$ y sus asíntotas. Demuestre que el área de R es finita y calcúlela.

P3. (i) **(1.5 pts.)** Demuestre que para todo $n \in I\!N$ la integral $J_n = \int_0^\infty x^n e^{-x} dx$ converge.

(ii) **(1.5 pts.)** Mediante integración por partes demuestre la recurrencia $J_{n+1} = (n+1)J_n$ para $n \geq 0$.

(iii) **(1.5 pts.)** Usando un cambio de variables apropiado muestre que la integral $I_n = \int_0^\infty x^n e^{-anx} dx$ satisface $I_n = \frac{J_n}{(an)^{n+1}}$ para $n \geq 1$.

(iv) **(1.5 pts.)** Demostrar usando el criterio del cociente que la serie $\sum\limits_{n\geq 1} I_n$ converge cuando $a > \frac{1}{e}$ y que no converge cuando $a < \frac{1}{e}$.

Sin Consultas
Tiempo: 3horas