

Control 6 ma12A Cálculo
Escuela de Ingeniería, FCFM, U. de Chile
Semestre 2005-2 (10 de Noviembre 2005)

P1. a) Considere la curva C definida por $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$, $a > 0$

i) (1.5 pts) Demuestre que la longitud de arco de la curva C en el primer cuadrante está dada por:

$$s = a^{1/3} \int_0^a \frac{dx}{x^{1/3}}$$

ii) (1.5 pts) Demuestre que la integral s converge y calcule su valor

b) Dada la función definida por $f(x) = \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x}+2)}$ en que $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, se pide estudiar si existen:

i) (1.0 pto) El área bajo la curva

ii) (1.0 pto) El volumen del sólido de revolución generado al rotar la curva $y = f(x)$ en torno al eje OX .

iii) (1.0 pto) El volumen del sólido de revolución generado al rotar la curva $y = f(x)$ en torno al eje OY

P2. a) Dada la serie numérica $\sum_2^{\infty} a_n$, con $a_n = (-1)^n \frac{1}{n^\alpha (\ln(n))^2}$. Se pide

i) (2.0 pts) Para $\alpha = 1$ estudie la convergencia de $\sum_2^{\infty} a_n$, y $\sum_2^{\infty} |a_n|$

ii) (1.0 pto) Para $\alpha \in (1, \infty)$ estudie la convergencia de $\sum_2^{\infty} |a_n|$

iii) (1.0 pto) Para $\alpha \in [0, 1)$ estudie la convergencia de $\sum_2^{\infty} |a_n|$

b) Estudie la convergencia de las series

i) (1.0 pto) $\sum_1^{\infty} (\sqrt[n]{n} - 1)^n$;

ii) (1.0 pto) $\frac{4}{3} + \frac{5}{2 \cdot 4} + \frac{6}{3 \cdot 5} + \frac{7}{4 \cdot 6} + \dots$

P3. Dada la sucesión de funciones definida por $f_n(x) = \frac{(e^x - 2)^{2n}}{n}$ se pide:

i) (1.5 pts) Estudie la convergencia puntual y uniforme de $f_n(x)$ en $[0, 1]$.

ii) (1.5 ptos) Calcule $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx$.

iii) (1.5 ptos) Estudie la convergencia puntual y uniforme de $f'_n(x)$ en $[0, 1]$.

iv) (1.5 ptos) Estudie la convergencia puntual y uniforme de $f_n(x)$ en $(-\infty, 0)$.

Tiempo: 3 horas