Control Recuperativo 2 MA12A
Escuela de Ingeniería, F.C.F.M. U. de Chile
13/12/2004

P1. Considere la función $f(x) = \frac{x}{(1+x^2)^{3/2}}$. Se pide

i) Dominio, ceros, paridad, continuidad y asíntota horizontal. (1.5 ptos.)

ii) Cálculo de $f'(x)$. Estudie crecimiento de $f(x)$ y encuentre máximos y mínimos (locales o globales) en caso de existir. (1.5 ptos.)

iii) Cálculo de $f''(x)$. Estudie concavidades y convexidades de f y encuentre los puntos de inflexión. (1.5 ptos.)

iv) Con la información anterior, bosqueje $f(x)$ y calcule el área del primer cuadrante comprendido entre la curva y el eje OX (1.5 ptos.)

P2. i) Sea $f[0,\infty) \to \mathbb{R}$ tal que $f(0) = 0$ y la longitud de curva entre 0 y x es igual a $x^2 + 2x - f(x)$

1) Determinar $f(x)$. (Ind. use TFC) (2 ptos.)
2) Calcule el área bajo la curva $Y = f(x)$ y su longitud de arco entre $x = 0$ y $x = 1$ (2 ptos.)

ii) Sea f una función definida sobre el intervalo $[a,\infty), a > 0$ acotada y con derivada continua. Demuestre que la integral $\int_a^\infty \frac{f'(x)}{x^\alpha} dx$ existe si $\alpha > 0$ (Ind. integre por partes) (2 ptos.)

P3. El desarrollo en serie para la función $f(x)$ esta dado por

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2x)^{n+1}}{n+1}$$

i) Encuentre el radio e intervalo de convergencia de la serie (analice los extremos) (2.0 ptos.)

ii) Determine la serie que representa $f'(x)$ en el intervalo de convergencia y presentela como función conocida. (serie geométrica) (1.5 ptos.)

iii) Determine, por integración, $f(x)$, calculando el valor de la constante de integración mediante un valor adecuado de x. (1.5 ptos.)

iv) Aproveche (iii) para calcular el valor de la serie numérica $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}$ (1.0 pto.)

Tiempo: 3 horas