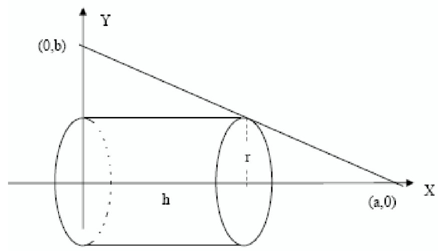
Control Recuperativo MA12A Cálculo
Escuela de Ingeniería, F.C.F.M., U. de Chile
Semestre 2005-2 (14 de Diciembre)

1. i) Determine el mayor volumen de un cilindro de radio r y altura h donde el punto $P(h, r)$ recorre la recta $L : bx + ay = ab$ con $a, b > 0$. **(4.0 ptos.)**

   ii) Para el caso particular en que $a + b = 1$, analizar para que valor(es) de a, éste mayor volumen se maximiza. **(2.0 ptos.)**



2. i) 1) Calcule $\int \frac{xdx}{x^2-1}$ **(1.0 pto.)**

   2) ¿Es verdadero, entonces que, $\int_0^4 \frac{xdx}{x^2-1} = \frac{1}{2}ln15$? **(1.0 pto.)**

   ii) Considere la función $f : [1, \infty) \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \frac{1 + e^{-x}}{x}$$

   1) Determine si existe o no el área bajo la curva $y = f(x)$ en el primer cuadrante. **(1.0 pto.)**

   2) Determine si existe o no el volumen de revolución del solido formado por la rotación del área anterior en torno al eje OX. **(1.0 pto.)**

   iii) 1) Utilice el criterio de la integral impropia, verificando las hipotesis, para estudiar la convergencia de la serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{ln(n)}{n^2}$ **(1.0 pto.)**

   2) Para $a_n = (-1)^{n-1}\frac{\sqrt{n}}{n+1}$, estudie la convergencia de $\sum\limits_{n=1}^{a} a_n$ y $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n|$ **(1.0 pto.)**

3. Considere la sucesión de funciones definida por

$$f_n(x) = \frac{1}{n}e^{-n^2x^2} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

   i) Estudie la convergencia puntual y uniforme de $f_n(x)$ en $\mathbb{R}$. **(2.5 ptos.)**

   ii) Calcule $\lim\limits_{n\to\infty} \int_1^2 f_n(x)dx$. **(1.0 pto.)**

   iii) Estudie la convergencia puntual y uniforme de $f_n'(x)$ en $\mathbb{R}$. **(2.5 ptos.)**

TIEMPO: 3 horas.