Departamento de Ingeniería Matemática
Fac. Cs. Físicas y Matemáticas
Universidad de Chile

EXAMEN MA12A, Primavera 1996

Problema 1.

1. Derive las siguientes funciones.

   (**1.0 pto.**) $\ln(1+\frac{sen(x)}{x})$ (**1.0 pto.**) $x^{arctg(e^x)}$

2. Calcule los siguientes límites.

   (**1.0 pto.**) $\lim\limits_{x\to 0}(\frac{1}{x}-\frac{1}{sen(x)})$ (**1.0 pto.**) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^{x^3} e^{t^2}dt}{\int_0^x sen(t^2)dt}$

3. (**1.0 pto.**) Calcule la integral $\int_0^1 x\cdot arctg(x)\,dx$

4. (**1.0 pto.**) Determine la continuidad de la función $\lfloor\frac{1}{1+x^2}\rfloor$

Problema 2.

1. Para la función $\frac{x}{(1+x)^3}$ Encuentre: (**0.5 pts.**) dominio, (**0.5 pts.**) ceros, (**0.5 pts.**) crecimiento, (**0.5 pts.**) asíntotas de todo tipo, (**0.5 pts.**) mínimos y máximos, (**0.5 pts.**) puntos de inflexión, (**0.5 pts.**) gráfico.

2. (**1.5 pto.**) Encuentre el área de la región encerrada por la función $\frac{x}{(1+x)^3}$, desde 0 hasta infinito, y el eje OX.

3. (**1.0 pto.**) Analizar la existencia de los volúmenes obtenidos al girar el área antes cálculada en torno a los ejes OX y OY. En caso de existir, calcularlo(s).

Problema 3.

1. Para la serie de potencias

$$\sum_{n=0}^{\infty}(\frac{a^n}{n}+\frac{b^n}{n^2})(x-1)^n \qquad 0<b<a$$

   Encuentre: (**1.0 pto.**) Radio de Convergencia. (**1.0 pto.**) Intervalo de Convergencia. (**1.0 pto.**) Convergencia en el extremo derecho del intervalo. (**1.0 pto.**) Convergencia en el extremo izquierdo del intervalo.

2. (**1.0 pto.**) Demuestre que $\int_0^1 \frac{1}{1+a^2t^2}dt=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{a^{2n}}{2n+1}$

   Ind. Recuerde que $\frac{1}{1+x}=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^n$.

3. (**1.0 pto.**) Concluya que $\frac{arctg(a)}{a}=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{a^{2n}}{2n+1}$