

UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

Examen Segunda Fecha-1996
MA-12A-CALCULO

Martes 14 de Enero de 1997

P.1.

- a) (2 pts) Demuestre que la función $y = e^{\arcsin x}$ satisface la ecuación diferencial $(1 - x^2)y'' = xy' + y$
- b) (2 pts) Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{1/x}$
- c) (2 pts) Estudie la convergencia de la integral impropia $\int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x}(x+a)}$ para los diferentes valores de $a \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$,

P.2.

- a) (2 pts) Bosqueje la curva de ecuación $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$, justificando debidamente. (En particular indique dominios, intersección con los ejes, crecimientos y concavidades)
- b) (2 pts) Calcule el área de la región R encerrada entre las curvas $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ y $x + y = a$
- c) (2 pts) Calcule el volumen del sólido de revolución generado por la rotación de la región R (de la parte (b)) en torno al eje OX.

P.3.

- a) (2 pts) Determine el intervalo de convergencia para la serie de potencias $\sum_1^\infty \frac{1}{n} x^n$ (Ind. no olvide analizar los extremos del intervalo)
- b) (2 pts) Determine el conjunto de convergencia C de la serie de funciones $\sum_1^\infty \frac{1}{n} \left(\frac{x}{1-x}\right)^n$
- c) Sea $f : C \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \sum_1^\infty \frac{1}{n} \left(\frac{x}{1-x}\right)^n$.
- i) (1 pts) Demuestre que $f'(x) = \frac{1}{(1-x)(1-2x)}$
- ii) (1 pts) Integrandolo, encuentre una expresión explícita para $f(x)$

Tiempo: 3 Horas