

## EXAMEN Segunda Fecha MA12A-CALCULO

**P1.** Calcular lo siguiente:

(i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x - 1)}{\operatorname{sen}(x^2)}$  (ii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{sen}(x)} \right)$  (iii)  $\frac{d}{dx} (\operatorname{sen}(x) \cos(x^2) + \cos(x) \operatorname{sen}(x^2))$  (iv)  $\frac{d}{dx} (\sqrt{x} \cdot e^{\cos(x^2)})$

(v) El volumen del sólido engendrado al rotar la función  $xe^{-\frac{x}{2}}$  en torno al eje  $OX$ , en  $[0, +\infty)$ .

(vi) El volumen del sólido engendrado al rotar la función  $\frac{1}{x^2(x+1)}$  en torno al eje  $OY$  en  $[1, +\infty)$ .

**P2.** Diga todas las propiedades que se pueden deducir para  $f$ , cuando se satisfacen las siguientes propiedades.

1.  $f'(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ .
2.  $f''(x) < 0 \forall x, |x| > 1$ ,  $f''(x) > 0 \forall x, |x| < 1$  y  $f''(-1) = f''(1) = 0$ .
3.  $f'(0) = 0$ ,  $f'(x) > 0$  para  $x > 0$  y  $f'(x) < 0$  para  $x < 0$ .
4.  $f''(x) \geq 0$  para todo  $x \in \mathbb{R}$  y  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$
5. Bosquejar un gráfico de  $f$  satisfaciendo (i), (ii) y  $f(0) = 1$ .
6. Bosquejar un gráfico de  $f$  satisfaciendo (ii), (iii) y  $f(0) = 0$ .

**P3.** Determinar cual(es) de las siguientes integrales converge(n). Justificar claramente, indicando el o los criterios que utilizará.

(i)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x}}$  (ii)  $\int_0^1 \frac{dx}{x^{\frac{3}{2}}}$  (iii)  $\int_0^\infty \frac{dx}{x^3 + 1 + \sqrt{x}}$  (iv)  $\int_0^1 \frac{dx}{x + \sqrt{x}}$  (v)  $\int_1^\infty \frac{dx}{1 + \ln(x)}$  (vi)  $\int_0^1 \frac{dx}{x \ln(x) + x^2}$

**P4.** (i) Para la serie de potencias  $\sum_{n \geq 1} \frac{x^n}{n(n+1)}$  se pide

- \* Encontrar el radio de convergencia.
- \* Analizar la convergencia en los extremos del intervalo.

(ii) Para la serie de potencias  $\sum_{n \geq 1} \ln\left(\frac{n+1}{n}\right)(x-2)^n$  se pide

- \* Encontrar el radio de convergencia.
- \* Analizar la convergencia en los extremos del intervalo.

- *Observación : En los problemas 1,2 y 3 cada parte vale un punto. En el problema 4 cada parte vale 1 punto y medio.*

Sin Consultas  
Tiempo: 3horas