

CURSO : MA22A-03 CALCULO EN VARIAS VARIABLES

PROFESOR: MARCELO LESEIGNEUR

FECHA: 2 / 5 / 2001

## CONTROL #2

1.-

i) (4 Ptos.) Sea  $f(r, \theta)$  una función de  $R^2 \rightarrow R$  diferenciable. Se define  $F(x, y)$  de  $R^2 \rightarrow R$  de la siguiente manera:

$$F(x, y) = f(r, \theta) = f(\sqrt{x^2 + y^2}, \arctg(\frac{y}{x})) \quad \text{con } x \neq 0$$

a) Demuestre que se cumple:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial f}{\partial \theta}\right)^2$$

¿Dónde están evaluadas las derivadas parciales?

b) Compruebe la fórmula anterior para  $f(r, \theta) = r\theta$

ii) (2 Ptos.) Sean  $f, h: R^2 \rightarrow R$  diferenciables. Se define  $g: R \rightarrow R$  por:

$$g(x) = f(x, h(x, x))$$

Encuentre  $g'(x)$ . Compruebe la fórmula anterior para:

$$f(x, y) = x + 2y \quad h(x, y) = 2xy$$

2.-

i) Sea  $A$  una matriz cualquiera de  $m \times n$  y  $b \in R^m$ . Se define  $f: R^n \rightarrow R$  por:

$$f(x) = \|Ax - b\|_2^2$$

Muestre que  $f$  es diferenciable y calcule  $\nabla f(x)$ .

ii) Sea  $f: R^n \rightarrow R$  definida por:

$$f(x) = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p\right)^{1/p} \quad \text{donde } p \geq 1$$

a) Analizar la diferenciable de  $f$  en  $(0,0)$ .

b) ¿Para qué direcciones  $f$  admite derivada direccional en  $(0,0)$ ? Comente.

c) ¿Qué sucede en a) y b) si  $f(x) = \text{Max}\{|x_i|\}$  dónde el máximo está tomado sobre  $i=1, \dots, n$ ?