

MA22A-01 : Cálculo en Varias Variables

Control 3

Prof: Francisco Ortega

Aux: Alejandro Omon

27 Enero 1997

Pregunta 1. Se define la función $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ por $f(x, y, z) = \log(x) + \log(y) + 3 \log(z)$.

(a) Encuentre el valor máximo de f sobre el conjunto

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 + y^2 + z^2 = 5r^2, x > 0, y > 0, z > 0\}$$

Para asegurar que el punto encontrado es máximo, verifique que el hesiano del lagrangeano es definido positivo en dicho punto.

(b) Usando el resultado anterior, demuestre que para números reales positivos a, b, c se tiene:

$$abc^3 \leq 27 \left(\frac{a + b + c}{5} \right)^5$$

Pregunta 2. Considere la aplicación definida por las ecuaciones

$$x = u + v \quad y = v - u^2$$

(a) Calcular el Jacobiano de la aplicación.

(b) Un triángulo T en el plano uv tiene vertices $(0, 0); (2, 0); (0, 2)$. Gráfique la imagen, S de T en el plano xy .

(c) Verifique el teorema del cambio de variables calculando el area de S directamente y con la aplicación antes definida.

(d) Calcule la integral

$$\iint_S (x - y + 1)^{-2} dx dy$$

Pregunta 3. (a) Calcule el volumen del toro contenido entre $\phi_0 = \frac{\pi}{6}$ y $\phi_1 = \frac{5\pi}{12}$

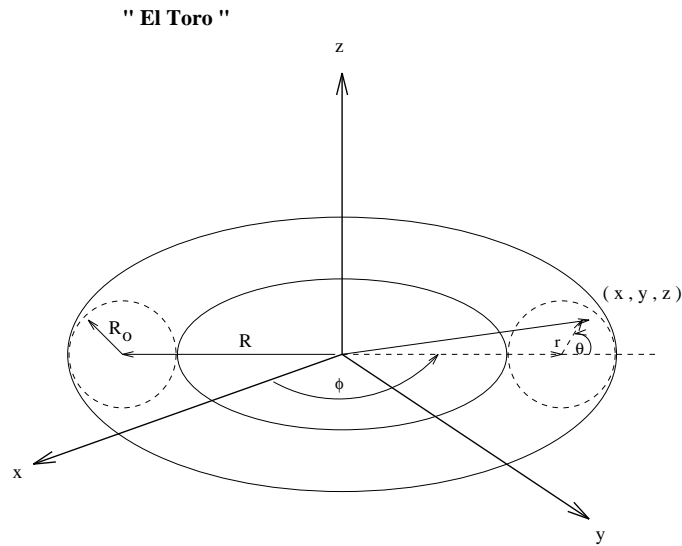


Figura 1: El Toro.

Ind: Utilizando la simetría del toro vea que el cálculo pedido se puede hacer entre ángulos más cómodos.

(b) Hallar el volumen del sólido limitado por el cono $2az = x^2 + y^2$ y la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 3a^2$, para x, y y z no-negativos.

Tiempo : 3:00 Hrs.