Guia N$^{\underline{o}}$4 MA22A

Profesor: Patricio Felmer
Aux: Daniel Espinoza

P1 Considere una partícula que se mueve sobre una cierta curva con rapidez constante e igual a dos, encuentre el vector posción y el vector velocidad de la particula para las trayectorias:

(a) $y^2 - 4x = 0 \qquad x \in (-2, 2)$

(b) $x = t\cos(\theta t)\sin(\varphi t)$
$y = t\cos(\varphi t)$
$z = t\sin(\theta t) \qquad t \in (0, 2\pi)$

(Ind.: encuentre una función de $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$, tal que su imagen coincida con la función dada, y cumpla las condiciones del enunciado)

P2 Encontrar el (los) puntos más cercanos y más lejanos al origen, de la curva $(x, y, z) = (\cos t, \sin t, \sin \frac{t}{2})$

P3 Calcular la expansión de Taylor de segundo orden de las funciones siguientes en los puntos señalados, y calcule una vecindad en torno al punto tal que la aproximación tenga un error de a lo más 10^{-2}.

(a) $f(x, y, z) = (x^2 + 2xy + y^2)e^z$ en $\vec{x_o} = \{(1, 2, 0), (3, 2, 5)\}$

(b) $f(x, y, z) = (x^3 + 3x^2y + y^3)e^{-z^2}$ en $\vec{x_o} = \{(0, 0, 0), (3, 2, 3)\}$

(c) $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \log(\cos(x_1 + x_2 - x_3 - x_4))$ en $\vec{x_o} = \vec{0}$

P4 Calcular los puntos críticos (y clasificarlos) para las funciones

(a) $f(x, y, z) = x(y + z)$ tal que $x^2 + y^2 = 1 \quad y \quad xz = 1$

(b) $f(x, y) = x + y^2$ tal que $2x^2 + y^2 = 1$

P5 Calcular los extremos relativos y los puntos sillas para las funciones

(a) $\cos(x)\cosh(y)$ donde $\cosh x = \frac{1}{2}[e^x + e^{-x}]$

(b) $f(\vec{x}) = \sum_{i=0}^{m} \|\vec{x} - \vec{x_i}\|^2$ donde $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$ y $\vec{x_i} \in \mathbb{R}^n$, $i = 1 \ldots m$

P6 Calcule los puntos extremos y los puntos de sillas para las funciones

(a) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$ tal que $xy = 1$

(b) $f(x, y, z) = x^2 + 3y^2 + 2z^2 - 2xy + 2xz$ tal que $x + y + z = 1$

P7 Sea $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^n)$ y $\vec{x_o}$ un punto crítico no degenerado; demuestre que $\vec{x_o}$ es un punto aislado (en el conjunto de los puntos críticos de f).