Guia N$^{\underline{o}}$6 MA22A

Profesor: Patricio Felmer
Aux: Daniel Espinoza

P1 Se desea Resolver el problema

$$(P) \qquad \min \|c-d\|^2 \tag{1}$$
$$Ad = 0 \tag{2}$$

donde $c \in \mathbb{R}^n, \quad A \in M_{m\times n}, \quad m < n$

(a) Encontrar una solución $\overline{d}$ para (P), caracterícela.

(b) Bajo qué condiciones la solución para (P) es única, de la solución explícita.

(c) Demuestre que $\overline{d}$ satisface $c^t\overline{d} \geq 0$, y que

$$c^t\overline{d} = 0 \iff \exists \lambda \in \mathbb{R}^m \quad tal \quad que \quad A^t\lambda = c$$

P2 Considere una caja rectangular sin tapa de $32cm^2$ de superficie. Determine las dimensiones de la caja tal que su volumen sea máximo.

P3 Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ como $f(x,y,z) = \log(xyz^3)$

(a) Encuentre el valor máximo de f sobre

$$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 + y^2 + z^2 = 5r^2, x > 0, y > 0, z > 0\}$$

Indicación : Verifique que el hesiano del lagrangeano es definido positivo en dicho punto.

(b) Usando lo anterior, muestre que para números reales positivos

$$abc^3 \leq 27(\frac{a+b+c}{5})^5$$

P4 Resuelva

(a) Sea $Q \in M_{n\times n}(\mathbb{R}), b \in \mathbb{R}^n, c \in \mathbb{R}$ y sea $f(x) = x^tQx + bx + c$

(a) Encuentre condiciones sobre Q para la existencia de máximos y mínimos para f.

(b) Idem que lo anterior pero bajo la restricción

$$\sum ?i = 1^n x_i^2 = 1$$

(ii) Determinar el paralelepípedo de lados paralelos a los ejes de coordenadas, y de máximo volumen que cabe **dentro** del elipsoide

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

P5 Resuelva

Determinar los puntos de la superficie de ecuación $z^2 - xy = 1$ que están a menor distancia del origen.

Analizar los puntos críticos de $f(x, y) = (2x + y)e^{=-(4x^2+y^2)}$

Se construye un pentágono apoyando un triangulo isóceles sobre un rectángulo. Encuentre el máximo valor del área para el pentágono si el parimetro del mismo está limitado a un valor fijo L.