

## Ejercicios capítulo 6

PROFESORES: RAFAEL CORREA, PEDRO GAJARDO  
AUXILIARES: GONZALO SÁNCHEZ, RODOLFO GAINZA

P1 Sea  $B$  una matriz de  $n \times n$  simétrica, definida positiva y  $\vec{c} \in \mathbb{R}^n$  considere la función:

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^n &\longrightarrow \mathbb{R} \\ \vec{x} &\longmapsto f(\vec{x}) = \vec{x}^t B \vec{x} + \vec{c}^t \vec{x} \end{aligned}$$

Encuentre el(los) mínimo(s) de  $f$  sobre  $\mathbb{R}^n$ .

P2 Considere ahora en el problema anterior la matriz  $B$  semidefinida positiva y encuentre el(los) mínimo(s) de  $f$  sobre  $\mathbb{R}^n$ .

P3 Sea  $C \subseteq \mathbb{R}^n$  convexo cerrado, no vacío, y sea  $y \in \mathbb{R}^n$ . Demuestre la caracterización de la proyección de un punto sobre un convexo cerrado para espacios de Hilbert:

$$\langle y - P_C(y), x - P_C(y) \rangle \leq 0 \quad \forall x \in C$$

Usando criterios de optimización.

P4 Considere la función  $f$  definida en el problema 1 con  $B$  definida positiva. Encuentre el mínimo de  $f$  sobre el conjunto  $A$ :

$$A = \{ \vec{x} \in \mathbb{R}^n / M \vec{x} = 0 \}$$

Donde  $M$  es una matriz de rango completo.

P5 Sea  $f(x, y) = x^2 - 2xy + y^2 + x - 5$ .  
Minimize  $f$  en  $B_2(\vec{0}, 2)$

P6 encuentre el(los) máximo(s) y el(los) mínimo(s) de la función:  $f(x, y) = xy - y + x - 1$  en la bola euclidiana cerrada de centro  $\vec{0}$  y radio 2.