



Departamento de Ingeniería Matemática. U. de Chile.
Control 1 MA-26A Sección 01
ECUACIONES EN DERIVADAS ORDINARIAS
Agosto 1999. Prof.: Axel Osses

P1.–

(i) (2 pts.) Considere la EDO de primer orden de la forma

$$y' = F\left(\frac{y}{x}\right), \quad x > 0, \quad (1)$$

donde F es una función continua conocida. Mediante la sustitución $z = y/x$ desarrolle un método general para resolver esta EDO. Aplíquelo a la ecuación $y' = (x + y)/(x - y)$.

(ii) (2 pts.) Considere ahora la EDO

$$y' = F\left(\frac{ax + by + e}{cx + dy + f}\right), \quad a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}. \quad (2)$$

Pruebe que si $ad - bc \neq 0$ la EDO (2) puede llevarse a la forma (1) mediante un cambio de variables del tipo $z = y - \alpha$, $t = x - \beta$, con α, β constantes elegidas adecuadamente. Aplique este método a la ecuación $y' = (x + y + 4)/(x - y - 6)$.

(iii) (2 pts) ¿Cómo resolvería (2) si $ad - bc = 0$?

P2.– Resolver usando los métodos vistos en clases:

$$y' - 2xy = 6x \exp(x^2)$$

$$xy' + y = x^4 y^3$$

$$y'' - 4y' + 4y = 0, \quad \text{con } y(0) = y'(0) = 1$$

$$y'' + 2y' + 2y = \cosh(x)$$

$$x^3 y''' + 6x^2 y'' + 6xy' = 0$$

P3.– Dos sustancias A y B serán transformadas en un sólo compuesto C . Se cumple la ley: *el aumento de la cantidad “y” del compuesto C es proporcional (con constante de proporcionalidad k) al producto de las cantidades de sustancia A y B no transformadas aún.* Suponga que $C = AB$, es decir una unidad del compuesto C esta formada por una unidad de A y una unidad de B . Suponga que en $t = 0$ hay a unidades de A , b unidades de B y ninguna de C .

(i) (1.5 pts.) Escriba una ley de transformación (EDO de primer orden para y) justificando cada uno de sus términos.

(ii) (3 pts.) Resuelva esta ecuación diferencial con las condiciones iniciales dadas.

(iii) (1.5 pts.) Suponga que $k > 0$. Investigue el comportamiento de y cuando $t \rightarrow \infty$.

Tiempo: 3h00 horas