Control 1 MA26A Ecuaciones Diferenciales Otoño '97

Profesor Patricio Valenzuela

Auxs: L. Morales - J.J. Torres

1.-) Un estudio realizado por expertos comprobó que la población de Santiago, que notamos como $p(t)$, satiface la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{dp}{dt} = p(t) - \frac{1}{8 \cdot 10^6} p^2(t)$$

a.-) En 1992, la población de Santiago era de cuatro millones de personas según el último censo. Encuentre el modelo de crecimiento de la población. Analice qué pasa si $t \to \infty$.

b.-) Modifique la ecuación tomando en cuenta que 9000 personas por año abandonan la ciudad y que 1000 personas son asesinadas por año. Determine el modelo de crecimiento en este caso. Comente la relación existente entre este caso y el anterior.

2.-) Considere la ecuación diferencial siguiente

$$\frac{dy}{dt} = \frac{t + y + 1}{t - y + 3} \qquad (1)$$

Esta ecuación podría resolverse si las constantes 1 y 3 no estuvieran presentes (en ese caso sería una ecuación homogénea). Para eliminar estas constantes se hace el cambio de variables $t = T + h$ y el cambio $y = Y + k$.

a.-) Determine h y k de manera que la ecuación pueda escribirse de la forma

$$\frac{dY}{dT} = \frac{T + Y}{T - Y} \qquad (2)$$

b.-) Encuentre la solución general de la ecuación (1). (**Ind.** Para eso resuelva primero la ecuación (2) usando el cambio de variables $v = \frac{Y}{T}$).

3.-) **a.-)** Resuelva el siguiente P.V.I.

$$\begin{aligned} &\tfrac{dy}{dt} + y(t)\tan(t) = \sin(t)\cos(t) \\ &y(0) = 0 \end{aligned}$$

b.-) Dada la ecuación diferencial $\frac{dy}{dt} + a(t)y(t) = f(t)$, con $a(t)$ y $f(t)$ continuas para $-\infty < t < \infty$, $a(t) \geq c > 0$, y $f(t) \to 0$ si $t \to \infty$, muestre que cada solución tiende a cero cuando t tiende a infinito.