

MA26A-Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Control # 1
Prof. Ra'ul Manasevic

1. Considere la ecuaci' on diferencial no exacta $M(t, y)dt + N(t, y)dy = 0$, donde M, N son de clase C^1 . Demuestre que si

$$\frac{\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial M}{\partial t}}{y^{m-1}t^{n-1}(mtM - nyN)},$$

es una funci' on de $z = t^n y^m$, entonces la ecuaci' on diferencial tiene un factor integrante de la forma $u = u(z)$ y encu' entrela.

2. Considere la ecuaci' on diferencial $M(t, y)dt + N(t, y)dy = 0$, donde M, N son de clase C^1 y suponga que existen dos funciones $f, h \in C^1$ tal que $f(t)M(t, y) + h(y)N(t, y) = 0$. Encuentre la soluci' on de la ecuaci' on diferencial en un dominio $D \subset \mathbb{R}^2$, donde $f(t) \neq 0$ y $g(t) \neq 0$.

3. Resuelva

$$y' + (\cot t)y + \frac{1}{\operatorname{sen} t}y^2 = 0; \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{1}}$$

y encuentre el intervalo maximal de existencia de la soluci' on sin calcularlo num' ericamente.

4. Sea $a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua y T -peri' odica, es decir $a(t + T) = a(t)$ para todo $t \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$. Considere la ecuaci' on diferencial $y' + a(t)y = 0$. Encuentre una condici' on necesaria y suficiente (independiente de t) para que toda soluci' on sea T -peri' odica.