

MA26A-Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Control # 2
Prof. Manuel del Pino
Profs. Aux:
Alejandro Om'on
Manuel Reyes.

1. Encuentre una soluci'on particular de la ecuaci'on

$$y''' - 2y'' + y = x^4 + 2x + 5.$$

2. Encuentre la soluci'on general de los sistemas

(a)

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1 + 2x_2 \\ \dot{x}_2 &= 2x_1 - 3x_2,\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= 3x_1 - 2x_2 \\ \dot{x}_2 &= 2x_1 + 3x_2.\end{aligned}$$

3. Considere el sistema de ecuaciones

$$\dot{x} = Ax, \tag{1}$$

donde $A \in M_{n \times n}$ es una matriz constante. Sea $W(t)$ la matriz fundamental can'onica de (1), esto es la matriz fundamental tal que $W(0) = I_n$, la matriz identidad $n \times n$. Demuestre que $W(t)$ satisface

$$W(t+s) = W(t)W(s), \tag{2}$$

para todo $t, s \in \mathbb{R}$.

Indicaci'on: Considere la ecuaci'on satisfecha por ambos miembros de (2) como funciones de t , para s fijo.

4. Considere el sistema de ecuaciones

$$\dot{x} = Ax + e^{\lambda t}b \tag{3}$$

donde $A \in M_{n \times n}$ es una matriz constante, $b \in \mathbb{R}^n$ es un vector constante y λ no es un valor propio de A . Muestre que (3) tiene una soluci'on de la forma

$$x(t) = e^{\lambda t}c,$$

donde c es un vector constante. *Indicaci'on:* recuerde que si λ no es un valor propio de A entonces la matriz $A - \lambda I_n$ es invertible.