

Control 2 MA26A-05 Ecuaciones Diferenciales

Semestre Otoño 2002

Profesor: Patricio Valenzuela

Aux : Alexis Fuentes

Pregunta1.- [Cable Suspendido]

Considere un cable uniforme el cual se encuentra suspendido de sus dos extremos (piense en las torres de alta tensión), sometido únicamente a la acción de su propio peso. El objetivo de esta pregunta es demostrar que la forma que adopta el cable bajo estas condiciones es:

$$y(x) = \frac{H}{w} \left(\cosh\left(\frac{wx}{H}\right) - 1 \right)$$

Donde w es el peso por unidad de largo y H es la fuerza horizontal (cte). Para ello le sugerimos proceder de la siguiente manera:

- (i) Darse un origen y plantear equilibrio de fuerzas en un pto arbitrario
- (ii) Tener presente que la función $y(x)$ representa la deformación del cable
- (iii) Aplicar conceptos geométricos para deducir una ecuación diferencial

Obs: Esta curva recibe el nombre de **Catenaria**.

Pregunta2.-

- (a) Considere la ecuación diferencial de orden n a coeficientes constantes :

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 y' + a_0 y = 0 \quad (1)$$

Suponga conocidas las raíces del polinomio característico asociado a (1) A partir de esto deduzca la solución general de la ecuación diferencial

$$a_n u^n y^{(n)} + a_{n-1} u^{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 u y' + a_0 y = 0 \quad (2)$$

Donde $u \neq 0$ real . Muestre además como se relaciona una solución de (1) con una de (2). Argumente debidamente.

- (b) Considere una masa m la cual esta unida a un resorte de constante k y a una amortiguación de constante c . Se aplica una fuerza

$$f(t) = \text{sen}(wt)$$

con lo cual el sistema comienza su dinamica (unidimensional). Defina las relaciones entre k , c y w de modo que su respuesta sea : (**Ver pizarra**)

Pregunta3.-

- (a) Resuelva la siguiente ecuación diferencial:

$$y'' + 2y' + 2y = \cosh(2x)$$

Por dos métodos :

1. Variación de parámetros. 2. Aniquilador.

- (b) Resuelva la siguiente ecuación diferencial :

$$y = xy' + y' \log y'$$

Tiempo: 3 horas.