MA26A-Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Control #2
Prof. Ra'ul Manasevic

1. Considere la ecuaci'on diferencial de orden n

$$P(D) = a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \quad ... \quad + a_0 y = g(t)$$

donde $g(t) = a\cos\beta t + b \operatorname{sen}\beta t, \quad \beta \neq 0$.
Encuentre la forma de la soluci'on particular de la ecuaci'on diferencial.
Sugerencia: considere primero el caso en que el anulador de g no es factor de $P(D)$.

2. Encuentre la soluci'on general de
a) $y''' - 3y'' + 4y = te^{2t} - \operatorname{sen} t$,
b) $y^{iv} + 8y'' + 16y = \cos^2 t$.

3. Considere la ec. dif.

$$t^2 y'' + ty' + (t^2 - \frac{1}{4})y = t^{\frac{3}{2}}, \qquad t > 0$$

a) Demuestre que $y_1(t) = t^{-\frac{1}{2}}\cos t$ es una soluci'on de la ecuaci'on homog'enea correspondiente.
b) Encuentre otra soluci'on l.i. con y_1.
c) Encuentre la soluci'on general.

4. Considere el problema con condici'on inicial

$$\begin{aligned} y'' + a(t)y &= g(t), \qquad t > 0 \\ y(0) &= y_0 \\ y'(0) &= y_1 \end{aligned}$$

donde $g : [0, +\infty) \to R$ es continua y $a : [0, +\infty) \to R$, de clase C^1, tal que $a \geq 0$ para todo $t \int [0, +\infty)$ y adem'as a es decreciente.
Demuestre que el problema con condici'on inicial tiene una 'unica soluci'on.
Para ello se sugiere primero considerar el problema

$$\begin{aligned} y'' + a(t)y &= 0, \qquad t > 0 \\ y(0) &= 0 \\ y'(0) &= 0 \end{aligned}$$

y multiplicar la ecuaci'on por y'.