Control 2

MA26A-03

Semestre 95/1

Prof. Salomé Martínez
Aux. Manuel Reyes

Pregunta 1.

Queremos resolver la siguiente ecuación

$$x^3y'''(x) + a_2x^2y''(x) + a_1xy'(x) + a_0y(x) = 0,$$

con $y : (0, \infty) \to R$ y a_0, a_1, a_2 constantes.

i) Para ello defina $v(z) = y(e^z)$, con z en R y demuestre que v satisface una ecuación lineal de tercer orden con coeficientes constantes.

ii) Resuelva

$$x^3y'''(x) + 3x^2y''(x) + xy'(x) + y(x) = 0.$$

Pregunta 2.

a) Usando el método de variación de parámetros (o coeficientes indeterminados) resuelva

$$(D-1)(D^5+3)y = e^t + t \operatorname{sen} 2t.$$

b) Resuelva, usando transformada de $\mathcal{L}$aplace, la ecuación

$$\begin{aligned} \ddot{x} + y &= f(t) \\ \dot{y} + x &= g(t), \end{aligned}$$

con $x(0) = \dot{x}(0) = y(0) = 0$ y f, g en $\mathcal{E}$.

Pregunta 3.

a) Sea $f : [0, \infty) \to R$ continua tal que $f' \in \mathcal{E}$.

(2 ptos.) i) Pruebe que $\lim_{s\to\infty} sF(s) = f(0)$, con $F = \mathcal{L}(f)$.

(1 pto.) ii) Concluya que no existe $g \in \mathcal{E}$ tal que $\mathcal{L}(g)(s) = s^\alpha$ con $\alpha > -1$.

b) Sea $f : [0, \infty) \to R$ continua tal que $\lim_{x\to\infty} f(x) = k$.

(1 pto.) i) Pruebe que la transformada de $\mathcal{L}$aplace de f existe para todo $s > 0$.

(2 ptos.) ii) Pruebe que $\lim_{s\to 0^+} sF(s)$ existe y vale k.

Indicación: Para bii) demuestre que $\forall \epsilon > 0$ se tiene que $k - \epsilon \leq sF(s) \leq k + \epsilon$, con s pequeño.