Control 3 MA26A Ecuaciones Diferenciales

Semestre Primavera '97 3 de Diciembre de 1997

1.-) **a.-)** Pruebe que todas las soluciones $y(t)$ de la ecuación

$$ay'' + by' + cy = f(t) \qquad (1)$$

son de orden exponencial (o.e.) si $f(t)$ es de o.e. Luego demuestre que si $y(t)$ es solución de (1), y $f(t)$ es de o.e. entonces $\mathcal{L}\{y(t)\}$ existe y $\mathcal{L}\{y(t)\}(s) \longrightarrow 0$ cuando $s \to \infty$.

b.-) Sea $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$. Pruebe que

$$f(t) = -\frac{1}{t}\,\mathcal{L}^{-1}\{F'(s)\}$$

Concluya que para calcular la antitransformada de $F(s)$ basta calcular la antitransformada de $F'(s)$

c.-) Resuelva el siguiente P.V.I.

$$y'' + 2y = \begin{cases} \sin t & 0 \leq t < \pi \\ \cos t & \pi \leq t < \infty \end{cases}$$

$$y(0) = 1 \;,\; y'(0) = 0.$$

2.-) **a.-)** Resuelva *usando serie de potencias* la siguiente ecuación (solución general)

$$y'' - 3y' + 2y = 0$$

(**Indicación.** Considere los casos $a_0 = 1 = a_1$ y $a_0 = 1, a_1 = 2$)

b.-) La ecuación

$$(1 - t^2)y'' - ty' + \alpha^2 y = 0$$

es concida como *ec. de Tchebycheff.* Encuentre dos soluciones l.i. de esta ecuación. Además pruebe que esta ecuación admite una solución polinomial de grado n si $\alpha = n$.

3.-) Considere la ecuación $y'' - 2\pi y' + 2\pi^2 y = f(x)$. Resuélvala sabiendo que $f(x)$ es la función del grafico de la figura.

Tpo. 3,5 horas