MA26A-Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Control # 3

Prof. R'aul Manasevic

1. **a)** Eval'ue la transformada inversa de $\mathcal{L}$aplace para

$$F(s) = \frac{5s^2 + 24s + 39}{(s+3)^2(s+1)}$$

   b) Eval'ue la transformada de $\mathcal{L}$aplace de la funci'on $f(t) = |\operatorname{sen} t|$.

2. Para $\tau \in (0, +\infty)$ se define la funci'on $\mathcal{G}$ama por

$$\Gamma(\tau) = \int_0^\infty e^{-u} u^{\tau-1} du$$

   a) Mediante una substituci'on adecuada demuestre que

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^\tau}\right) = \frac{t^{\tau-1}}{\Gamma(\tau)}$$

   b) A partir de la definici'on de la funci'on Γ demuestre que $\Gamma(\tau+1) = \tau\Gamma(\tau)$.
   c) Si n es un natural y si se sabe que $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$, eval'ue $\mathcal{L}^{-1}(s^{-(n+\frac{1}{2})})$.

3. Resuelva, usando transformada de $\mathcal{L}$aplace, el sistema

$$\begin{aligned} y'' &= y' + x; \qquad & y(0) = y'(0) = 0; \\ x' + y' &= y + f(t); \qquad & x(0) = 0; \end{aligned}$$

   y donde f tiene transformada de $\mathcal{L}$aplace F.
   Nota. Por resolver el sistema se entiende despejar x e y en t'erminos de f y funciones conocidas de t.

4. Resuelva el sistema

$$x' = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix} x, \qquad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

   tal que $x(0) = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$.