Examen MA26A Ecuaciones Diferenciales Primavera'97

Profesor Patricio Valenzuela

Usted debe contestar 3 preguntas sólamente. La preguntas 1 y 4 son obligatorias.

1.-) a.-) Teniendo en cuenta que las ecuaciones fundamentales de un transformador son

$M\frac{di_1}{dt} + L_2\frac{di_2}{dt} + R_2 i_2 = 0 \qquad (1) \quad , \quad M\frac{di_2}{dt} + L_1\frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 = E(t) \qquad (2)$

en que $i_1(t)$ e $i_2(t)$ son las corrientes y M, L_1, L_2, R_1 y R_2 son las constantes características del sistema.

(1.5) (i.-) Demuestre que este sistema se puede transformar en un par de ecuaciones lineales de segundo orden. Encuéntrelas.

(3.5) (ii.-) Suponiendo que $E(t) = E_0$ y que $M^2 < L_1 \cdot L_2$ analice qué pasa con la corriente primaria i_1 y con la secundaria i_2 cuando $t \to +\infty$.

(1.0) (iii.-) Qué pasa si $M^2 \geq L_1 \cdot L_2$.

b.-) Resolver el siguiente sistema de ecuaciones

$$\ddot{x} - 5x - 9y = e^{2t}$$

$$\ddot{y} + 5y + x = 0$$

sabiendo que $x(0) = 0 = y(0)$ y que $\dot{x}(0) = 0 = \dot{y}(0)$.

2.-) a.-) Resuelva $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + f = \frac{1}{\sin x}$, donde $f = f(x,y)$.

b.-) Resuelva $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - 2\frac{\partial f}{\partial x} = e^{xy}\sin xy$, donde $f = f(x,y)$

c.-) Resuelva la siguiente ecuación

$$y' = -\frac{y^2 + 4ye^t}{2y + 2e^t}$$

3.-) Suponga que y_1 e y_2 son dos soluciones l.i de la ecuación

$$y'' + P(t)y' + Q(t)y = 0 \qquad -\infty < t < +\infty$$

Pruebe que existe un único cero de y_1 entre dos ceros consecutivos de y_2.

4.-) Encuentre dos soluciones l.i de la ecuación de Bessel

$$x^2y'' + xy' + (x^2 - \frac{1}{4})y = 0$$

en torno a $x_0 = 0$, usando serie de potencias.