Guia 2. MA26-A

P1.- a.-) Compruebe que $y_1(t) = \sqrt{(t)}$ e $y_2(t) = \frac{1}{t}$ son soluciones de la ecuación diferencial

$$2t^2y'' + 3ty - y = 0$$

en el intervalo. $0 < t < \infty$.

b.-) Calcule $W(y_1, y_2)(t)$. Calcule su límite cuando $t \to 0$.

c.-) Pruebe usando el Wronskiano que y_1 e y_2 son dos soluciones l.i. de la ecuación.

d.-) Resuelva el problema de valor inicial

$$\begin{cases} 2t^2y'' + 3ty - y = 0 \\ y(1) = 2 \\ y'(1) = 1 \end{cases}$$

Explique claramente por que este problema tiene solución, y que rol cumplen y_1 e y_2.

P2.- Pruebe que $y(t) = t^2$ no puede ser nunca solución de

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = 0$$

si las funciones $p(t)$ y $q(t)$ son continuas.

P3.- Suponga que y_1 e y_2 son soluciones de la ecuación(clásica)

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = 0$$

Pruebe entonces que $z_1 = y_1 + y_2$ y $z_2 = y_1 - y_2$ son también soluciones l.i.

Las preguntas 4, 5 y 6 supondremos que y_1 e y_2 son soluciones de

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = 0$$

donde supondremos que $p(t)$ y $q(t)$ son continuas.

P4.- Pruebe que si y_1 e y_2 se anulan en el mismo punto, entonces no pueden ser l.i.

P5.- Pruebe que si y_1 r y_2 alcanzan un máximo o un mínimo en el mismo punto, entonces no pueden ser l.i.

P6.- Pruebe que si y_1 e y_2 son l.i. entonces no pueden tener un puntode inflexión en el mismo punto, a menos que p y q se anulen simultaneamente en ese punto.

P7.- Resuelva el siguiente problema de valor inicial

$$\begin{cases} t^2y'' - ty' - 2y = 0 \\ y(1) = 0 \\ y'(1) = 1 \end{cases}$$

en el intervalo $0 < t < \infty$.

P8.- Sea $y(t)$ solución del problema de valor inicial

$$\begin{cases} y'' + 5y' + 6y \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = V \end{cases}$$

Para qué valores de V tendremos que $y(t)$ será no negativa $\forall t \in \mathbb{R}$?

P9.- Resuelva el siguiente problema de valor inicial

$$\begin{cases} 2y'' - y' + 3y = 0 \\ y(1) = 1 \\ y'(1) = 1 \end{cases}$$

P10.- Suponga que y_1 es solución de la ecuación

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = 0$$

Demuestre que $y_2(t) = y_1(t)v(t)$ será también solcuón de la ecuación si es que

$$\frac{dv}{dt} = \frac{Ce^{-\int p(t)dt}}{y_1^2}$$

(Indicación: Evalúe y_2 en la ecuación.)

P11.- Resuelva el siguiente problema de valor inicial

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 4y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 3 \end{cases}$$

P12.- Sean a, b, c reales positivos. Pruebe entonces que cualquier solución de la ecuación diferencial

$$ay'' + by' + cy = 0$$

converge a cero si $t \to \infty$.

P13.- Encuentre la solución de la ecuación

$$y'' + \frac{1}{4t^2}y = f\cos t$$

dado que $y_1(t) = \sqrt{t}$ es una solución de la ecuación homogenea.

Atte. J.J Torres Toral