MA26B Matemáticas Aplicadas. Semestre 2005-1

Profesor: Héctor Ramírez C. **Auxiliares:** Oscar Peredo, Felipe Torres.

Examen Recuperativo

P1. El empuje total que ejerce el agua sobre un objeto de superficie S está dado por

$$G = \iint_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$$

con

$$\vec{F}(x,y,z) = \begin{cases} (0,0,\rho g(h-z)) & \text{si } z \leq h \\ (0,0,0) & \text{si } z > h \end{cases}$$

donde g es el módulo de la aceleración de gravedad, ρ es la densidad del agua y h es la altura del nivel del agua. Demuestre que G es igual al peso del volumen de agua desplazado por el objeto.

P2. Calcular la integral

$$\int_{C_k} \frac{dz}{(z^4-1)\cos(\pi z/2)},$$

donde $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ está dado, y C_k es la circunferencia de radio $R_k := 1/3 + k$ centrada en el origen.

P3. Para $h > 0$ constante, considere la ecuación

$$u_t = u_{xx} - h u_x, \qquad -\infty < x < \infty, t > 0$$

con condición inicial

$$u(x,0) = f(x), \qquad -\infty < x < \infty.$$

Use el método de la Transformada de Fourier (suponiendo que las transformadas existen) para demostrar que

$$u(x,t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x - th + 2y\sqrt{t}) \exp(-y^2) dy.$$

Indicación: Pruebe que $\int_{-\infty}^{\infty} \exp((\alpha + is)^2) ds = \sqrt{\pi}$ para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

Condiciones de aprobación: Nota promedio sobre 4 y nota de cada pregunta sobre 3.

Tiempo: 2 horas.
Sin consultas.