Gu'ia 1 - MA26B

Matem'aticas Aplicadas

Semestre 95/2

Prof. Ra'ul Gormaz
Auxs. R. Correa, A. Moreira

1.- Determinar la parametrizaci'on de una curva plana tal que el producto de las distancias a dos focos en la abscisa es constante (Lemniscata).

2.- Para la curva definida por $y = x^3$, $z = \frac{\sqrt{6}}{2}x^2$, encontrar la longitud de la curva.

3.i) Sea $\sigma(s) \in C^3$ la parametrizaci'on en longitud de arco de una curva. Demostrar que una expresi'on para la torsi'on $\tau(s)$ es

$$\tau(s) = -\frac{[\sigma'(s) \times \sigma''(s)] \cdot \sigma'''(s)}{||\sigma''(s)||^2},$$

donde $\frac{d\hat{b}}{ds}(s) = \tau(s)\hat{n}$.
ii) Calcular la torsi'on de la h'elice $\sigma(s) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos t, \operatorname{sen} t, t)$, con $t \in [0, 4\pi]$.
Nota. La parametrizaci'on no est'a en longitud de arco.

4.- Sean Γ una curva plana y $f : R^2 \to R$ una funci'on diferenciable tal que $f(r, \theta) = 0$ sobre la curva Γ. Probar que el vector $\frac{\partial f}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\theta}$ es normal a la curva Γ.

5.- Sea $\gamma(t) = (Re^{-at}\cos t, Re^{-at}\operatorname{sen} t, t)$, con $t \in [0, 4\pi]$. Determinar la parametrizaci'on en logitud de arco, la curvatura y la binormal en cada punto de la curva.

6.- Si $u, v : R \to R^3$, son dos funciones diferenciables tales que

$$\begin{aligned} u'(t) &= Au(t) + Bv(t) \\ v'(t) &= Cu(t) - Av(t), \end{aligned}$$

con $A, B, C \in R^3$, constantes, probar que $u(t) \times v(t)$ es constantes para todo t.