Guía 4, Coordenadas Curvilineas

MA26B - Matemáticas Aplicadas

Semestre 95/2

Profs. P. Felmer, R. Gormaz
Auxs. J. Correa, R. Gonzalez, A. Moreira, M. Reyes

1. Se definen las coordenadas parabólicas (o paraboidales) u, v, α como

$$x = uv\cos\alpha\,; \quad y = uv\,\mathrm{sen}\,\alpha\,; \quad z = \frac{1}{2}(u^2 - v^2)$$

a) Grafique las superficies $u =$cte, $v =$cte y $\alpha =$cte.
b) Si $f : R^3 \to R$ está descrita en coordenadas parabólicas como $f(u, v, \alpha) = (u^2 + v^2)^3$ calcule ∇f en el punto de coordenadas cartesianas $(x, y, z) = (2, 2, 0)$.

2. Sea $f(r, \theta, z) = r^3\,\mathrm{sen}\,\theta \log z$ en coordenadas cilíndricas.
a) Hallar la expresión de f en coordenadas cartesianas.
b) Calcular Δf en cartesianas.
c) Calcular Δf en cilíndricas. Comparar con b).

3. Dada la función $\Phi(r, \theta, \phi) = r^3\,\mathrm{sen}\,\theta \tan\phi$ en coordenadas esféricas, encontrar su expresión en cartesianas y en cilíndricas.

4. Considere los campos vectoriales $F_1(r, \alpha, z) = (e^r\cos\alpha, z\,\mathrm{sen}\,\alpha, r^2)$ y $F_2(r, \alpha, z) = (z\cos\alpha, z\,\mathrm{sen}\,\alpha, r^2)$
a) Calcule el rotor y la divergencia de F_1 y F_2.
b) Calcule el flujo de F_1 y F_2 a traves de la superficie definida por la cara lateral de un cilindro y de un cono (ambos de altura h y radio R) respectivamente.

5. Suponga que se da una curva en R^3 en coordenadas curvilineas $(u(t), v(t), w(t))$. Encuentre expresiones para la derivada y la derivada segunda de esta curva.