UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

Prof. : Fernando Lema
Auxs. : Claudia Rahmann
Felipe Aguila
Fecha : 22-04-2001
Tiempo : 3 horas.

CONTROL 1
Probabilidades y Procesos Estocásticos
MA34A-01 / 2002-1

Pregunta 1

Suponga que cuenta con un mazo de cartas inglesas sin comodines (52 cartas, 4 pintas con 13 cartas cada una) y que escoge 5 cartas del mazo al azar. Calcule la probabilidad que:

a) Obtenga color - todas las cartas de la misma pinta. Indique el espacio muestral.

b) Obtenga escala - 5 cartas consecutivas en orden, o bien una combinación {10,J,Q,K, As}. Indique el espacio muestral.

Suponga que juega con un amigo y le corresponde repartir a él. (reparte 5 cartas a cada uno intercaladamente y al azar partiendo por Ud.). Calcule la probabilidad que:

c) Usted obtenga una escala de color real – escala del tipo {10,J,Q,K,As} pero de una sóla pinta. Indique el espacio muestral.

Pregunta 2

Cierta enfermedad congénita se transmite a la descendencia de modo que si uno de los padres presenta el gen 27 del tipo tripoide, cada hijo tiene probabilidad α de enfermar si éste era de su padre y β si era de su madre; si ambos presentan el gen es seguro que enfermará. Por otro lado se sabe que la enfermedad no aparece espontáneamente y que cada padre tiene una probabilidad p de presentar el gen (independientemente).

a) Si una persona está enferma ¿cuál es la probabilidad que esta enfermedad haya sido transmitida sólo por la madre?

b) Suponga un segundo hijo (hermano del anterior). Calcule la probabilidad que esté enfermo si se sabe que su hermano lo está. ¿Qué puede decir de los eventos “primer hijo enfermo” y “segundo hijo enfermo”?

Pregunta 3

Se dice que una v.a. Y tiene distribución exponencial de parámetro λ, (se denota $Y \to e(\lambda)$) ssi su función densidad de probabilidades es:

$$f(y) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda y} & y > 0 \\ 0 & \sim \end{cases}$$

a) Muestre que si $Y \to e(\lambda)$ entonces $IP(Y > t+s \mid Y > t) = IP(Y > s) \quad \forall\ t, s > 0$.

b) Si Y representa el tiempo de duración de un equipo eléctrico, interprete el resultado obtenido en a).
<u>Obs:</u> La inversa también es cierta.

c) Suponga que $Y \rightarrow e(0.1)$ (Y medido en días) y que se instalan 8 de estos equipos en un sistema eléctrico. Calcule la probabilidad que a lo más dos de ellos funcionen menos de 10 días.

d) En un control de calidad se revisan los equipos consecutivamente hasta encontrar uno que dure menos de 10 días o hasta revisar cuatro equipos. Sea Z la v.a. definida por:
Z:= Número de equipos revisados.
Determine la distribución de probabilidades de Z.

Nota: Los equipos fallan(funcionan) en forma independiente.